Квантовая теория

Второй поток. Осень 2014

Список задач №12

Тема «Рассеяние».

Борновское приближение

Парциальные волны

Другие методы

12.1. Борновское приближение.

12.1.1. Вычислить в борновском приближении эффективное сечение рассеяния на δ-потенциале.

12.1.2. Исходя из соображений размерности, оценить по порядку величины эффективное сечение рассеяния в потенциале, спадающем по закону $\frac{1}{r^n}$ (в борновском приближении).

12.1.3. Рассчитать дифференциальное сечение рассеяния в поле отталкивания $U = \frac{A}{r^2}$ в борновском приближении и согласно классической механике. Определить пределы применимости полученных формул.

12.1.4. Вычислить в борновском приближении полное сечение рассеяния в поле с потенциалом

$$U(\vec{r}) = -Qd(\vec{r}) - Qd(\vec{r} - \vec{a})$$

(вектор $\vec{a}$ направлен вдоль оси OZ - направления потока падающих частиц).

12.1.5. Определить в борновском приближении дифференциальное и полное сечение рассеяния в поле:

a) $U = U_0 \exp(-\frac{r}{a})$

b) $U = U_0 \frac{1}{\mathrm{ch}(\frac{r}{a})}$

Исследовать свойства полученных сечений.

12.1.6. Вычислить дифференциальное и полное сечения рассеяния быстрых электронов на атоме водорода, находящемся в основном состоянии.

12.2. Парциальные волны

12.2.1. Пользуясь фазовой теорией рассеяния и элементарными соображениями о величинах d_l при различных l, определить интегральное сечение рассеяния непроницаемой сферой в предельных случаях $ka \ll 1$ и $ka \gg 1$.

12.2.2. Зависимость дифференциального сечения рассеяния медленной частицы на сферически симметричном потенциале от угла может быть аппроксимирована формулой $ds(q) = a + b\cos q$, причем β<<α. Найти фазы рассеяния δ_0 и δ_1.

12.2.3. Вычислить амплитуду и сечение упругого рассеяния медленной частицы на потенциале сферической ямы

$$U(r) = -U_0\,(r < a),\ U(r) = 0\,(r > a).$$

a) Приняв для взаимодействия нуклонов описанную выше модель с параметрами $U_0 = 30\,\text{МэВ}$ и $a = 2\cdot 10^{-13}$ см, вычислить фазу рассеяния δ_0 для рассеяния нуклонов с энергией $E = 1\,\text{МэВ}$ (в системе центра масс).

b) Для тех же условий вычислить фазу рассеяния δ_1. Построить графики зависимости парциальных сечений σ_0 и σ_1 от энергии.

12.2.4. Определить полное сечение упругого рассеяния непроницаемой сферой радиуса a для медленных частиц, де-бройлевская длина волны которых $\lambda >> a$.

12.2.5. Найти сечение резонансного рассеяния медленной частицы для s-волны на потенциале

$$U(r) = qd(r - a).$$

Найти энергии и времена жизни метастабильных состояний, соответствующих этим резонансам.

12.2.6. Найти вероятность того, что рассеянный на протоне медленный нейтрон изменит ориентацию своего спина, если до столкновения спин нейтрона был направлен по оси

OZ, а спин протона - в противоположном направлении. Амплитуда рассеяния системы протон - нейтрон в синглетном состоянии - f_s, а в триплетном - f_t.

12.2.7. При выполнении каких условий сечение рассеяния на совокупности большого количества центров будет равняться сумме сечений рассеяния на отдельных центрах?

12.3. Другие методы

12.3.1. В борновском приближении вычислить дифференциальное и полное сечение неупругого рассеяния электрона на неподвижном атоме водорода с возбуждением атома из состояния $1s$ в состояние $2s$.

12.3.2. Рассмотрим предельный случай так называемого «черного» ядра. Радиус ядра пусть будет велик по сравнению с де-бройлевской длиной волны нейтронов. Будем считать, что все нейтроны, попадающие в ядро, поглощаются. Определить полные сечения рассеяния и поглощения.

12.3.3. Показать, что полное рассеяние быстрых частиц $ka \gg 1$ в потенциале $U(r)$ радиуса a может быть вычислено по формуле:

$$s\,(E) = 4p\int_0^\infty \left\{1 - \cos\left[\frac{m}{k\hbar^2}\int_{-\infty}^{\infty} U(\sqrt{(r^2 + z^2})dz\right]\right\} r\,d\,r$$

независимо от соотношения между энергией частиц и характерной величиной потенциала, т.е. справедливость формулы не предполагает выполнения условия $E \gg |U(r)|$ применимости приближения эйконала.

Использовать полученный результат для вычисления сечения рассеяния частиц потенциальным барьером (или ямой): $U = U_0$, $r<R; U = 0$, $r>R$.

12.3.4. В приближении эйконала найти амплитуду и дифференциальное сечение рассеяния частиц в кулоновском потенциале $U = \dfrac{a}{r}$ в противоположном борновскому предельном случае. При вычислении амплитуды считать кулоновский потенциал «обрезанным» на некотором большом, но конечном расстоянии R.