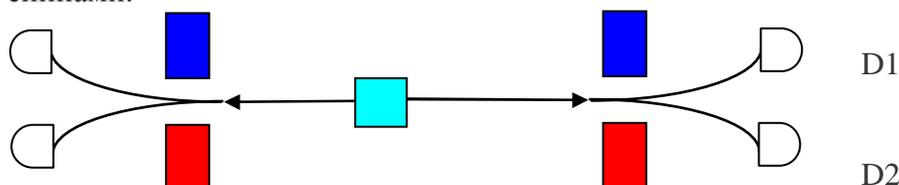


Лекция 11

Неравенства Белла и эксперименты по их проверке.

Парадокс Эйнштейна - Подольского - Розена: пусть пара частиц вначале взаимодействовала, а потом разлетелась на большое расстояние. Тогда их параметры связаны (коррелированы). Например, если мы измерим импульс одной из них, в результате обе окажутся в состоянии с определенным импульсом. Как измерение в одной точке пространства может влиять на состояние частицы в другой точке? По Эйнштейну, дело обстоит не так: результаты измерений заранее предопределены. Просто параметров, определяющих состояние обеих частиц, очень много, и для каждой пары частиц этот набор свой; поэтому неизбежно статистическое описание. По Бору, вероятностный характер имеет поведение даже одной пары частиц (и одной частицы). До измерения состояние не определено.

Парадокс ЭПР оставался лишь темой для философских дискуссий и затрагивал только интерпретацию квантовой механики - до тех пор, пока не появился способ проверить, кто прав. Большим шагом было предложение Боба рассмотреть не импульс и координату (непрерывные переменные), как это делали ЭПР, а дихотомные переменные - например, проекцию спина на выделенное направление для частицы со спином 1/2. Бом (1956) рассмотрел эксперимент Штерна-Герлаха для пары таких частиц с коррелированными спинами.



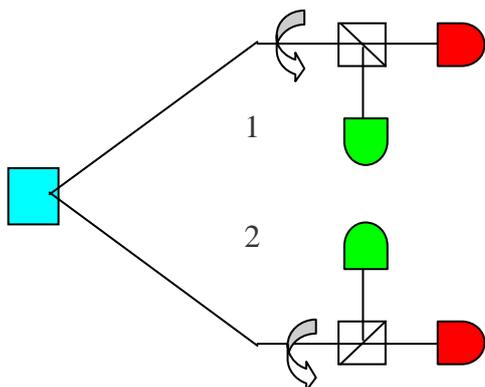
Теперь каждая частица из пары может направиться в верхний и нижний детектор с равной вероятностью, но если левая регистрируется верхним детектором, то правая – непременно нижним.

Для такого эксперимента Белл в 1964 г. доказал теорему о несовместимости классических и квантовых предсказаний. Позже были выведены неравенства, названные неравенствами Белла – в различных формах. Все они следуют из классического (детерминистического) описания, но нарушаются в эксперименте. Выведем неравенство Белла в форме Клаузера-Хорна-Шимони-Хольта.

Пусть источник излучает пары коррелированных частиц 1 и 2. Для частицы 1 измеряются два параметра P_1, P_1' ; для частицы 2 измеряются P_2, P_2' . Эти параметры принимают значения 1, -1. Например, это могут быть разности интенсивностей света, регистрируемые детекторами 1, 2 при двух разных ориентациях поляризационных фильтров или призм Глана χ, χ' .

Построим комбинацию

$$F \equiv \frac{1}{2} [P_1 P_2 + P_1 P_2' + P_1' P_2 - P_1' P_2'] = \frac{1}{2} [P_1 (P_2 + P_2') + P_1' (P_2 - P_2')]$$



Так как или $P_2 = P_2'$, или $P_2 = -P_2'$, то $F = \pm 1$. В классике, результат измерения P_1, P_1', P_2, P_2' определен заранее набором «скрытых параметров» λ . Заметим, что в классике все эти величины можно измерить одновременно – а в квантовом случае это не так, и в этом все дело. Но пусть «выпал» набор λ , и тогда результат измерения будет

$$F_\lambda \equiv \frac{1}{2} [P_{1\lambda} P_{2\lambda} + P_{1\lambda} P_{2\lambda}' + P_{1\lambda}' P_{2\lambda} - P_{1\lambda}' P_{2\lambda}'] .$$

Если вероятность «выпадения» λ определяется распределением $\rho(\lambda)$: $\rho(\lambda) \geq 0, \int \rho(\lambda) d\lambda = 1$, то для среднего значения F получим

$\langle F \rangle = \int F_\lambda \rho(\lambda) d\lambda$, и в силу ограниченности F и свойств распределения получим

$$|\langle F \rangle| \leq 1 .$$

Это и есть **неравенство Белла в форме Клаузера-Хорна-Шимони-Хольта**.

Оказывается, можно придумать (и приготовить тоже!) квантовое состояние, для которого это неравенство нарушается.

Так будет для **пар фотонов в перепутанном состоянии**

$$\Psi = (a_1^\dagger b_2^\dagger - b_1^\dagger a_2^\dagger) |0\rangle \equiv (a_1^\dagger b_2^\dagger - b_1^\dagger a_2^\dagger) |0, 0, 0, 0\rangle .$$

При этом надо правильным образом выбрать набор дихотомных переменных. Пусть

$$P_1 = S_1^{(1)}, \quad P_1' = S_2^{(1)}, \quad P_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (S_1^{(2)} + S_2^{(2)}), \quad P_2' = \frac{1}{\sqrt{2}} (S_1^{(2)} - S_2^{(2)})$$

То есть P_1 – это первый параметр Стокса для фотона 1, P_1' – это второй параметр Стокса для того же фотона. Это дихотомные переменные, т.к. собственные значения для операторов Стокса – ± 1 . А измерять надо так: для измерения P_1 призма Глана стоит в положении 0° , для измерения P_1' – в положении 45° . Щелчок красного детектора означает «+1», зеленого – «-1».

Далее, параметры P_2, P_2' измеряются для фотона 2. Они соответствуют первому и второму параметрам Стокса в базисе, повернутом на 22.5° . (Напомним, что поворот на сфере Пуанкаре на 45° вокруг вертикальной оси соответствует повороту на 22.5° в обычном пространстве.) Для измерения P_2, P_2' надо устанавливать призму Глана 2 под углом 22.5° и -22.5° , соответственно. Тогда получится, что

$$F = \frac{1}{\sqrt{2}} [S_1^{(1)} S_1^{(2)} + S_2^{(1)} S_2^{(2)}] .$$

Найдем среднее от этой величины по состоянию Ψ .

$$\langle F \rangle = \langle \Psi | F | \Psi \rangle;$$

$$\begin{aligned} F | \Psi \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{ (a_1^\dagger a_1 - b_1^\dagger b_1)(a_2^\dagger a_2 - b_2^\dagger b_2) + (a_1^\dagger b_1 + b_1^\dagger a_1)(a_2^\dagger b_2 + b_2^\dagger a_2) \} | \Psi \rangle = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{ (a_1^\dagger a_1 - b_1^\dagger b_1)(-a_2^\dagger b_2^\dagger - a_1^\dagger b_2^\dagger) + (a_1^\dagger b_1 + b_1^\dagger a_1)(a_1^\dagger a_2^\dagger - b_1^\dagger b_2^\dagger) \} | 0 \rangle = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{ -a_1^\dagger b_2^\dagger + a_2^\dagger b_1^\dagger - a_1^\dagger b_2^\dagger + a_2^\dagger b_1^\dagger \} | 0 \rangle = -\sqrt{2} | \Psi \rangle. \end{aligned}$$

Поэтому $\langle F \rangle = -\sqrt{2}$,
 $|\langle F \rangle| = \sqrt{2} > 1$

Тем самым, неравенство Белла нарушается.

Как экспериментально это измерить?

Надо приготовить бифотонное поле в перепутанном состоянии $|\Psi\rangle$ и сделать 4 серии измерений:

- 1) P_1, P_2 (верхний поляризатор стоит под 0° , нижний под 22.5°);
- 2) P_1, P_2' (верхний поляризатор стоит под 0° , нижний под -22.5°);
- 2) P_1', P_2 (верхний поляризатор стоит под 45° , нижний под 22.5°);
- 3) P_1', P_2' (верхний поляризатор стоит под 45° , нижний под -22.5°).

И измерять скорость счета совпадений между различными парами детекторов.

Было проведено множество экспериментов такого типа. Сначала они выполнялись с использованием двухфотонного света, излучаемого при каскадных переходах в атомах.

1972 – Freedman, Clauser

1976 – Clauser

1976 – Fry and Thompson

1981,82 – Aspect, Grangier, Roger

1982 – Aspect, Dalibard, Roger

В восьмидесятых годах для таких экспериментов стали использовать бифотонное поле, излучаемое при СПР.

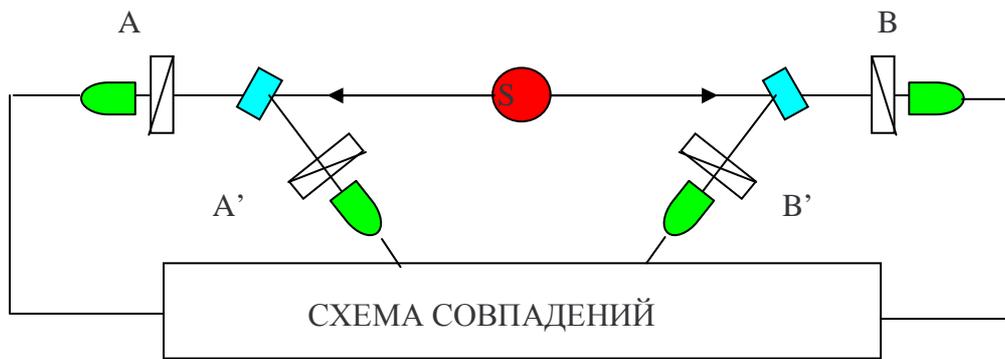
1988 – Ou, Mandel

1988 – Shih, Alley

Такие эксперименты продолжают до сих пор (причина – всевозможные «лазейки» (loopholes) для скрытых параметров).

Эксперимент Aspect, Dalibard, Roger (1982) – переключение между измерением P и P' с большой скоростью (после этого стало ясно, что «нелокальность» должна быть сверхсветовой).

Для получения бифотонов использовался двухфотонный переход в атомах кальция.



Переключение между измерением P_1 и P_1' , P_2 и P_2' осуществляется парой акустооптических элементов, которые направляют фотоны на нижние или верхние поляризаторы. Это делается быстро – так, что за время между переключениями фотон успевает излучиться, но еще не достигает поляризатора.

Как можно трактовать нарушение неравенств Белла?

- 1) Допустить нелокальность (сверхсветовое действие на расстоянии).
- 2) Допустить отрицательные вероятности для различных экспериментальных реализаций.
- 3) Отказаться от существования совместных вероятностей (например, $P(P_1, P_2, P_1', P_2')$). Эти вероятности не существуют, т.к. величины P_1, P_1' не могут быть измерены одновременно. При этом маргинальные вероятности, например, $P(P_1, P_2)$ существуют. Здесь нарушаются колмогоровские аксиомы теории вероятностей. Но это, видимо, наименьшее зло, на которое приходится идти.