

## Лекция 1.

Введение. Состояние поляризации. Эффект "скрытой поляризации". Об ортогональности поляризационных мод. Вектор Джонса и его вид в различных базисах.

Эта часть курса представляет собой продолжение первой части, в которой вы уже познакомились с основными понятиями квантовой оптики. Это прежде всего понятие о статистике излучения, о ее характеристиках – корреляционных функциях Глаубера, о типах статистики для квантовых и классических полей. Предполагается, что вы уже хорошо знакомы с операторами рождения и уничтожения фотонов, а также числа фотонов, обобщенного импульса и координаты. Вы имеете некоторое понятие о неклассических световых полях и их признаках.

В этой части речь пойдет о вопросах, появившихся в квантовой оптике сравнительно недавно. Характерно, что большая часть этих вопросов так или иначе связана с поляризацией света. При этом поляризационная часть квантовой оптики не рассматривается достаточно подробно в монографиях (см. монографии Перины, Клаудера и Сударшана, Глаубера, Клышко, Скалли и Зубайри, Мандела и Вольфа).

Здесь, как и в первой части курса, будут в основном рассматриваться вопросы, связанные с классической статистической оптикой (например, интерференция интенсивностей), и лишь иногда речь будет идти о чисто квантовых эффектах. Но так как описание в классическом и квантовом случае очень похоже, то имеет смысл рассматривать все вместе.

Одна из задач курса - привлечение полезных аналогий. Их несколько:

- 1) пространственные и поляризационные моды;
- 2) вектор Стокса и спин, сфера Пуанкаре и сфера Блоха;
- 3) классические аналогии квантовых эффектов (антикорреляция, интерференция Брауна-Твисса и т.д.).
- 4) квантовая томография и классическая томография.

**Поляризация света** занимает центральное место в современной квантовой оптике. Первые эксперименты по проверке неравенств Белла были проведены с коррелированными по поляризации парами фотонов. Первые протоколы квантовой криптографии, а также многие из современных протоколов, основаны на невозможности измерения поляризации отдельного фотона. Красивый эффект «квантовой телепортации» - способ «пересадить» состояние поляризации с одного фотона на другой (не измеряя его!). Прямое отношение поляризация имеет и к «квантовому компьютеру»: одиночный фотон, с точки зрения поляризационного состояния, как любой квантовый объект с двухкомпонентным вектором состояния, представляет собой q-бит - квантовый бит информации. А двухфотонное состояние с точки зрения поляризации представляет собой кутрит – квантовую троичную единицу информации.

Изучение поляризации света началось еще в XVII в.: в 1669 г. Эразмус Бартолинус обнаружил двупреломление в исландском шпате. Позже (в 1690 г.) Гюйгенсом было доказано, что поляризация есть **свойство** пучка света: если вслед за куском шпата поставить еще один, дальнейшего расщепления не происходит. В 1808 г. было обнаружено явление поляризации при отражении (Малюс), в 1812 г. - закон Брюстера. Очень важный результат был получен в 1816 - 1817 гг Френелем и Юнгом: пучки с ортогональными линейными поляризациями не интерферируют. В 1852 Джордж Стокс предложил для описания поляризационного состояния света свои 4 параметра, а в 1892 Анри Пуанкаре предложил сферу как пространство для описания поляризационного состояния. Формализм матриц Джонса был разработан к 1940 г., а матриц Мюллера – к 1943 г.

Но это было лишь развитие классического аппарата поляризационной оптики. Роль поляризации в квантовой оптике стала ясна в пятидесятых – шестидесятых годах XX века. В 1957 г. Бом предложил реализацию известного мысленного эксперимента ЭПР (речь о нем пойдет позже) в эксперименте Штерна-Герлаха, с участием частиц со спином  $\frac{1}{2}$ . А так как такие частицы в квантовой механике описываются совершенно так же, как и поляризованный свет в классике, такие эксперименты впоследствии действительно осуществили, но с фотонами! Замечательно, что в 1964 г. Беллом были сформулированы неравенства (речь о них тоже пойдет позже), позволяющие количественно оценить результаты ЭПР - эксперимента, и ответить на один из самых глубоких вопросов в квантовой механике: характерно ли вероятностное поведение для единичного квантового объекта или для ансамбля объектов? Последующие эксперименты подтвердили первое. С их появлением (восьмидесятые годы) начался настоящий «бум» в квантовой оптике, породивший со временем целую науку – квантовую информатику.

Перейдем к рассмотрению *классического описания поляризации света* (квантовое описание будет рассматриваться позже).

Наглядно поляризация монохроматической волны может быть изображена «траекторией», которую описывает вектор электрического поля:



лин. X      лин. Y      прав круг.      лев. круг.      эллипт.

Заметим, что монохроматический свет всегда поляризован!

$$E_x(t) = E_{0x} \exp(-i\omega t + ikz), \quad E_y(t) = E_{0y} \exp(-i\omega t + ikz + i\phi).$$

Вот если амплитуды  $E_{0x}$  и  $E_{0y}$  *независимо* флуктуируют, тогда можно говорить о неполной поляризации.

Вот как в этом случае будет выглядеть картинка:



Поляризованный      частично поляризованный      неполяризованный

Состояние поляризации задается матрицей вторых моментов - *поляризационной матрицей, или матрицей когерентности*:

$$K \equiv \begin{pmatrix} \langle E_x^* E_x \rangle & \langle E_x^* E_y \rangle \\ \langle E_y^* E_x \rangle & \langle E_y^* E_y \rangle \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} I_x & G_{xy} \\ G_{xy}^* & I_y \end{pmatrix}$$

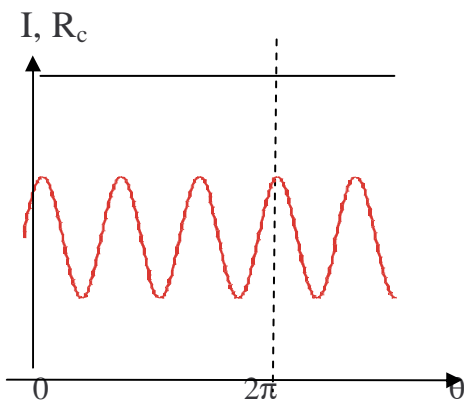
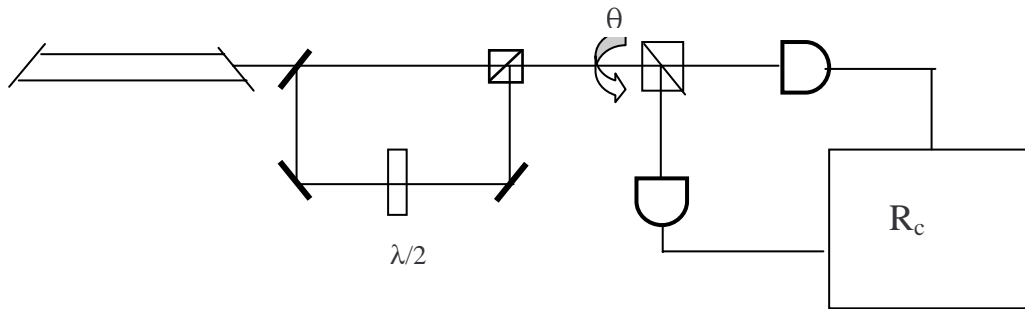
Такой вид имеет матрица когерентности в статистической оптике. В нее входят классические поля, а усреднение ведется по времени.

А в квантовом случае соответствующая матрица будет иметь вид

$$\left( \begin{array}{ll} N_x \equiv \langle a^+ a \rangle & S_+ \equiv \langle a^+ b \rangle \\ S_- \equiv \langle a b^+ \rangle & N_y \equiv \langle b^+ b \rangle \end{array} \right)$$

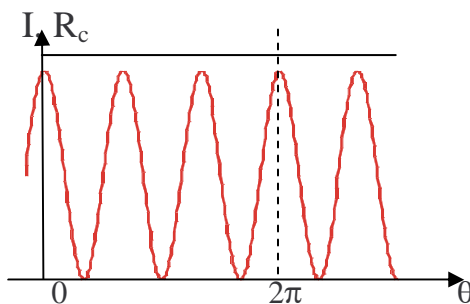
Тут усреднение по квантовому состоянию, а  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  – операторы рождения для мод  $x$  и  $y$ .

Видно, что состояние поляризации определяется вторыми моментами поля. Но некоторые эффекты, тем не менее, описываются высшими моментами. Например, четвертыми. Далее в курсе будет рассматриваться так называемый эффект «скрытой поляризации». Этот эффект можно наблюдать в классике, если взять источник с конечной длиной когерентности и задержать одну поляризационную компоненту относительно другой на расстояние, большее длины когерентности:



Интенсивность, измеряемая каждым детектором, не меняется при повороте призмы Глана. Но скорость счета совпадений фотоотсчетов двух детекторов осциллирует! С видимостью 33%.

Если вместо такого классического источника взять бифотонное поле, тип II – видность картины будет 100%. (В этом проявляется разница между квантовым и классическим случаями.)



Мы рассматриваем две компоненты поля:  $x$  и  $y$ . Они ортогональны. Что это значит? Экспериментально: например, они не интерферируют. Рассмотрим опыт Юнга, и пусть перед одной из щелей стоит полуволновая пластинка. Интерференции не будет! А если на щели падают пучки, поляризованные циркулярно направо и налево? Интерференции тоже не будет. Потому что эти два состояния тоже ортогональны. И два одинаковых эллипса с перпендикулярными большими осями и противоположными направлениями тоже соответствуют ортогональным состояниям.

Две ортогональных поляризации задают две моды. Т.е. в этой части курса мы все время будем говорить о **двухмодовом** свете. И о его **линейных** преобразованиях. Здесь полная аналогия с преобразованием, которое осуществляет светоделитель: 2 моды на входе, 2 на выходе, унитарность (сохранение энергии) и равный единице определитель матрицы преобразования (безразличие к фазе). Все это – признаки группы  $SU(2)$ .

Итак, рассмотрим классическое описание поляризации света с помощью вектора Джонса.

Аналитический сигнал:

$$\vec{E}^{(+)}(t) = \vec{E}_0(t)e^{ikz - i\omega t}$$

Реальное поле:

$$\vec{E}(t) = 2 \operatorname{Re} \vec{E}^{(+)}(t)$$

Вектор комплексной амплитуды аналитического сигнала раскладываем,

$$\vec{E}_0(t) = \vec{E}_x(t) + \vec{E}_y(t)$$

и вводим  $S_0 \equiv |E_x(t)|^2 + |E_y(t)|^2$ .

**Вектор поляризации, или вектор Джонса:**

$$\vec{e}(t) \equiv \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \frac{E_x(t)}{\sqrt{S_0}} \\ \frac{E_y(t)}{\sqrt{S_0}} \end{pmatrix}$$

Это мгновенный вектор поляризации, и тут мы задали его в базисе  $(e_x, e_y)$ . Видно, что  $|\vec{e}(t)|^2 = 1$ .

Запишем векторы Джонса для некоторых состояний поляризации.

$$e_x = (1, 0); \quad e_y = (0, 1);$$

$$e_{45} = (1/\sqrt{2})(1, 1);$$

правая круговая поляризация  $e_+ = (1/\sqrt{2})(1, e^{i\pi/2} \cdot 1)$  -  $y$  опережает на  $\pi/2$ .

Как меняются компоненты вектора Джонса при переходе к другому базису? Рассмотрим преобразования базиса вида

$$\begin{pmatrix} \vec{e}'_1 \\ \vec{e}'_2 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \vec{e}_1 \\ \vec{e}_2 \end{pmatrix}, \text{ сохраняющие условие ортонормированности } \vec{e}_i \vec{e}_j^* = \delta_{ij}. \text{ Из этого}$$

условия следует унитарность A:

$$A^+ A = I.$$

При таком преобразовании координаты  $(\alpha, \beta)$  некоторого вектора в старом базисе перейдут в координаты в новом базисе

$$\begin{pmatrix} \alpha' \\ \beta' \end{pmatrix} = V \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}, \text{ где } V = (A^{-1})_T \text{ (транспонированная), или, в силу унитарности A,}$$

$V = A^*$ . Соответственно, V тоже унитарна.

Это преобразование векторов. А матрицы операторов при таком преобразовании будут меняться как

$$D' = V D V^+.$$

Например, преобразование от линейного базиса к циркулярному имеет вид

$$\begin{pmatrix} \vec{e}_+ \\ \vec{e}_- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{i}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-i}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{e}_x \\ \vec{e}_y \end{pmatrix}.$$

Любая фазовая пластина осуществляет преобразование вектора поляризации (матрицы D - *матрицы Джонса*).