ЛЕКЦИЯ 7.

III. Квантовые двухуровневые информационные ячейки - кубиты (qubits).

1. Представление состояния двухуровневой системы в виде суперпозиции. Чистые и смешанные состояния, разница между ними. Оптическая реализация кубитов. Аналогия между степенью поляризации и чистотой состояния.
2. Квантовые логические элементы (ЛЭ) и логические операции (ЛО). Одно-кубитовые ЛЭ: фазовращатель, тождественное преобразование, «НЕ» и др. Оптическая реализация ЛО Адамара – светоделитель. Последовательности одно-кубитовых ЛЭ – интерферометры. Двух- и трех-кубитовые ЛО: CNOT и Тоффоли. Обратимость и унитарность квантовых ЛО.
3. Принцип суперпозиции, квантовая интерференция, “неразличимость” путей переходов, квантовый стиратель.

Кубиты

Элементарной единицей в квантовой теории информации являются кубиты (qubits). По-видимому, впервые, в этом контексте кубиты были введены Б.Шумахером в 1995г (статья была подана в Phys.Rev.A в 1993г). Единичный кубит представляет собой состояние двухуровневой системы. В качестве примеров такого рода состояний можно указать

- двухуровневые атомы,
- частица со спином 1/2,

Говоря о кубитах как о мере квантовой информации, мы имеем в виду следующее. Квантовая система состоит из n кубитов, если ее гильбертово пространство имеет размерность 2^n и при этом имеется 2^n *взаимно ортогональных* квантовых состояний. Заметим, что n классических бит могут представлять 2^n различных состояний.

Далее, говоря о двух ортогональных состояниях единичного кубита мы будем пользоваться обозначениями: $\{|0\rangle,|1\rangle\}$. Если речь пойдет о состояниях конкретной системы, например, поляризация света, то будем пользоваться другими представлениями, такими как $\{|H\rangle,|V\rangle\}$ - это будет ясно из контекста.

В общем случае 2^n взаимно ортогональных состояний n кубитов можно представить в виде $\{|i\rangle\}$, где i - это n-ое двоичное число. Например, для трех кубитов n = 3: $\{|000\rangle,|001\rangle,|010\rangle,|011\rangle,|100\rangle,|101\rangle,|110\rangle,|111\rangle\}$ - всего 2^3 состояний.

Итак, состояние двухуровневой системы - кубита представляется в виде

$$|S\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle, \qquad (7.1)$$

где комплексные коэффициенты - амплитуды состояний удовлетворяют условию нормировки $|\alpha|^2+|\beta|^2=1$. Заметим, что запись (7.1) не означает, что значение кубита “распределено” между состояниями “0” и “1”. Выражение (7.1) означает, что кубит - это когерентная суперпозиция двух ортогональных состояний. Измерение кубита в базисе двух собственных состояний “0” и “1” будет давать значение “0” с вероятностью $|\alpha|^2$ и значение “1” - с вероятностью $|\beta|^2 = 1 - |\alpha|^2$.

В чем же состоит отличие между когерентной суперпозицией и смесью (между чистым состоянием и смешанным)? Дело в том, что для чистого состояния S всегда можно указать базис, в котором значение кубита строго определено, т.е. является собственным. Для смешанного состояния такого базиса не существует. Например, рассмотрим чистое состояние

$$|S\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle + |1\rangle\right). \tag{7.2}$$

При измерениях в базисе “0” и “1”, очевидно, что состояния “0” и “1” будут обнаружены с 50%-ой вероятностью. Однако, если в качестве базисных использовать состояния $|+45\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle + |1\rangle\right)$ и $|-45\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle - |1\rangle\right)$, то состояние (7.2) строго определено и не флуктуирует при измерениях.

<u>Замечание.</u> Легко убедиться, что новые базисные состояния $|+45\rangle$ и $|-45\rangle$ - ортогональны: $\langle +45|-45\rangle = 0$.

Утверждение об определенности значения кубита в новом базисе доказывается следующим образом. Применим к кубиту (7.2) преобразование вида:

$$\begin{aligned} H|0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle + |1\rangle\right), \\ H|1\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle - |1\rangle\right). \end{aligned} \tag{7.3}$$

Тогда $H|S\rangle = |0\rangle$, т.е. получается, что значение кубита строго определено.

Прямая аналогия рассмотренным преобразованиям - состояния поляризации в оптике. Если степень поляризации равна единице (в общем случае - эллиптическая), то всегда можно с помощью фазовой пластинки, действие которой описывается унитарным преобразованием *SU(2)*

$$\hat{D} = \begin{pmatrix} t & r \\ -r^* & t^* \end{pmatrix}, \quad t = \cos\delta + i\sin\delta\cos 2\chi, \quad r = i\sin\delta\sin 2\chi \tag{7.4}$$

привести это состояние к линейной поляризации (*H* или *V*). Этого, очевидно, нельзя сделать с неполяризованным светом. Преобразования (7.3) переводят горизонтальную поляризацию в $+45^0$, а вертикальную - в -45^0. Такое преобразование можно выполнить с помощью пластинки $\lambda/2$ ($\delta = \pi/2$, $\chi = 22.5^0$, $t = \frac{i}{\sqrt{2}}$, $r = \frac{i}{\sqrt{2}}$):

$$\hat{D}(\lambda/2) = \frac{i}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad \hat{D}(\lambda/2)\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{i}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

<u>Квантовые логические элементы</u>

Мы опять сталкиваемся с примером, когда англоязычному термину нет адекватного русского перевода. Будем называть “gate” логическим элементом (ЛЭ). Итак, унитарные логические операции над кубитами выполняются с помощью ЛЭ (введены Д.Дойчем в 1985, 1989гг.).

Одно-кубитовые операции.

Например, рассмотрим следующее преобразование кубита: $|0\rangle \to |0\rangle, \quad |1\rangle \to \exp(i\omega t)|1\rangle = \exp(i\theta)|1\rangle$. Тогда состояние кубита по прошествии времени t после действия операции $P(\theta)$ (фазовращатель):

$$P(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\theta} \end{pmatrix} \qquad (7.5)$$

изменится. Таким образом, ЛЭ к кубиту была приложена операция $P(\theta)$. В другом виде это можно записать так:

$$P(\theta) = |0\rangle\langle 0| + \exp(i\theta)|1\rangle\langle 1|. \qquad (7.6)$$

Перечислим некоторые основные квантовые ЛЭ:

$$I \equiv |0\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 1| \to \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{- тождественное преобразование} \qquad (7.7)$$

$$X \equiv |0\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 0| \to \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \text{- ЛЭ “НЕ”} \qquad (7.8)$$

Оптический эквивалент - пластинка $\lambda/2$, (45^0, t = 0, r = i)

$$Z \equiv P(\pi) \to \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \qquad (7.9)$$

Оптический эквивалент - пластинка $\lambda/2$, (0^0, $t = i$, $r = 0$)

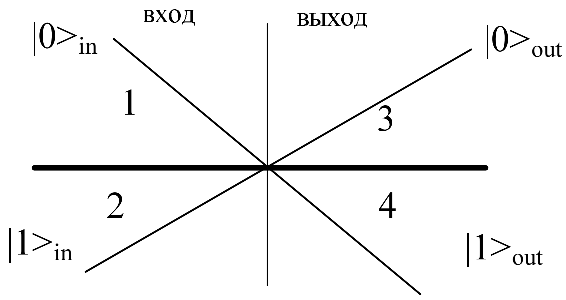
$$Y \equiv XZ \to \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad (7.10)$$

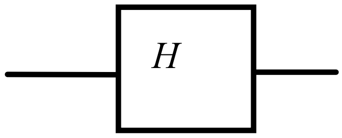
$$H \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\left(|0\rangle + |1\rangle\right)\langle 0| + \left(|0\rangle - |1\rangle\right)\langle 1|\right] \to \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \text{- ЛЭ Адамара} \qquad (7.11)$$

Оптический эквивалент - пластинка $\lambda/2$, (22.5^0, $t = r = \frac{i}{\sqrt{2}}$)

Все они -одно-кубитовые операции, которые действуют на единичный кубит. Поскольку их действие можно описать действием некоторых гамильтонианов в уравнении Шредингера, то все они являются унитарными операциями. Таким образом, мы будем говорить о логических операциях (ЛО) и о ЛЭ, с помощью которых эти операции выполняются. Ниже мы рассмотрим подробно физический аналог операции Адамара H. Вообще говоря существует бесконечное множество одно-кубитовых ЛО (и, соответственно ЛЭ). Напомним, что для классических битов существует только две ЛО. Это операции “тождественного преобразования” и “НЕ”. В квантовом случае, для операции “НЕ” состояния $|0\rangle$ и $|1\rangle$ меняются местами, т.е. существует прямая аналогия с классикой. Поскольку такая операция представляется оператором Паули σ_x, то она часто обозначается символом X (но это - не общепринятое обозначение). То же относится и к обозначениям Z и Y.

Рассмотрим подробнее ЛО Адамара для случая, когда имеется две пространственные моды (а не поляризационные, как было выше)





Частица, падающая на один из двух входов делителя может с одинаковой вероятностью оказаться как в верхнем, так и в нижнем выходном пучке.
Действие светоделителя без потерь должно описываться унитарным преобразованием. Из унитарности следуют определенные фазовые соотношения, возникающие между прошедшими и отраженными пучками.

$$|t|^2+|r|^2=1\rightarrow\left(I_3+I_4\right)_{out}=\left(I_1+I_2\right)_{in}$$

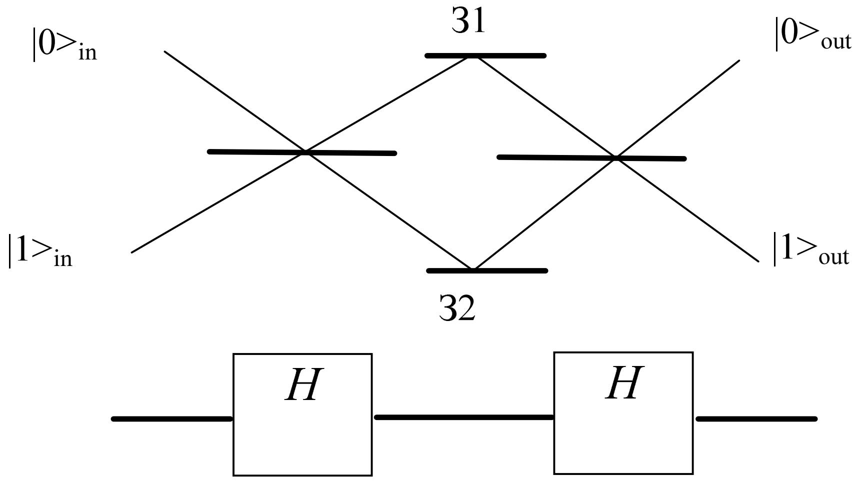
Так, в случае оптических преобразований для напряженностей полей в модах 1, 2, 3 и 4 имеем:

$$\begin{aligned} E_3&=-r^*E_1+t^*E_2, \\ E_4&=tE_1+rE_2. \end{aligned} \quad \begin{pmatrix} E_4 \\ E_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} t & r \\ -r^* & t^* \end{pmatrix}\begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix}$$

Если на входе состояние - кубит $|S\rangle_{in}=\alpha|0\rangle_{in}+\beta|1\rangle_{in}$, т.е. вероятности обнаружить частицу (фотон) на верхнем и на нижнем входе светоделителя, соответственно, равны $|\alpha|^2$, *и* $|\beta|^2$, то после светоделителя состояние преобразуется к виду:

$$|S\rangle_{out}=H|S\rangle_{in}=\frac{1}{\sqrt{2}}\left\{(\alpha+\beta)|0\rangle_{out}+(\alpha-\beta)|1\rangle_{out}\right\}. \qquad (7.12)$$

Отсюда сразу следует, что амплитуда вероятности найти частицу в верхнем плече теперь равна $\alpha+\beta$, а в нижнем $\alpha-\beta$. Так, если $\alpha=0$ или $\beta=0$ (частица падала определенно сверху либо снизу - известно откуда), то имеется одинаковая вероятность обнаружить ее в любом из выходных плечей. Однако, если $\alpha=\beta$, то частица обязательно будет обнаружена в верхнем плече и никогда - в нижнем! Заметим, что в данном примере речь идет о четырех пространственных модах. Две из них - входные и две - выходные. Так два ортогональных входных состояния обозначены как $|0\rangle_{in}$ и $|1\rangle_{in}$. Аналогичным образом можно рассматривать другие моды, например, поляризационные.
Следующий важный этап рассмотрения одно-кубитовых ЛЭ - последовательность нескольких ЛЭ. Если два преобразователя Адамара стоят последовательно, то физически это эквивалентно действию интерферометра с фиксированной фазовой задержкой между двумя плечами.:



В данном случае зеркала (З1 и З2) нужны только для того, чтобы перенаправить пучки. Действие интерферометра как последовательность двух ЛЭ Адамара представляется в виде:

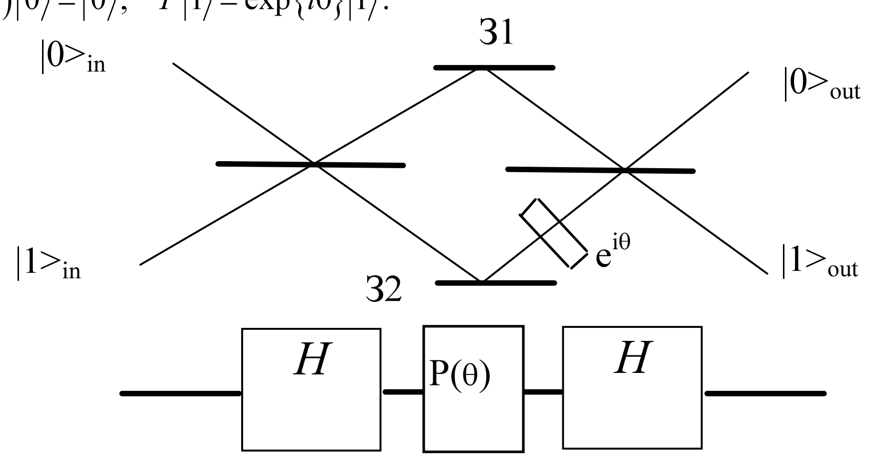
$$\left|S\right\rangle_{out} = HH\left|S\right\rangle_{in} = H\left[\frac{1}{\sqrt{2}}\left\{(\alpha+\beta)\left|0\right\rangle_{out} + (\alpha-\beta)\left|1\right\rangle_{out}\right\}\right] = \left|S\right\rangle_{in} \qquad (7.13)$$

Результат прямо следует из того факта, что двойное действие преобразования Адамара есть тождественное преобразование - на выходе интерферометра воспроизводится входное состояние. В частном случае, когда на входе имеется только одно состояние (α = 1, β = 0).Тогда, согласно (7.13) на выходе частица будет обнаружена в верхнем плече. Хотя внутри интерферометра эта частица имеет одинаковые вероятности оказаться в каждом из плеч. Дело в том, что выходные амплитуды вероятностей определяются относительной фазой, набегающей в интерферометре. В оптике этот эффект изучен досконально и не вызывает удивления. С массивными частицами, поведение которых можно описывать волнами де-Бройля дело происходит точно также.

На языке теории квантовой информации рассмотренный эффект формулируется так. Кубит на выходе интерферометра имеет определенное значение, если и только если кубит на входе имеет определенное значение. Внутри интерферометра его состояние максимально неопределено!

Действие двух операций Адамара можно дополнить ЛЭ “фазовращатель” (7.5). Как видно, его действие состоит в том, чтобы вносит сдвиг фаз у одного из пучков (будем считать, что это происходит в нижнем пучке, хотя это не важно - важна только относительная фаза).

$P(\theta)\left|0\right\rangle = \left|0\right\rangle, \quad P\left|1\right\rangle = \exp\{i\theta\}\left|1\right\rangle.$



Значит, выходной кубит можно вычислить, применяя последовательность трех логических операций:

$$|S\rangle_{out} = HP(\theta)H|S\rangle_{in} \qquad (7.14)$$

Например, если на входе имеется только один пучок, (α = 1, β = 0), т.е. $|S\rangle_{out} = |0\rangle$, то состояние кубита на выходе окажется:

$$|S\rangle_{out} = HP(\theta)H|S\rangle_{in} = \frac{1}{2}\left\{\left[e^{i\theta}+1\right]|0\rangle + \left[e^{i\theta}-1\right]|1\rangle\right\}. \qquad (7.15)$$

Из этого выражения видно, что если θ = 0, то значение кубита определено: $|S\rangle_{out} = |0\rangle$. Если θ = π, то $|S\rangle_{out} = |1\rangle$. Таким образом ЛЭ HPH может переключать состояние кубита между двумя значениями. Видно, что вероятность того, что кубит имеет значение $|0\rangle$ равна $P_{|0\rangle} = \cos^2(\theta/2)$, а вероятность того, что он имеет значение $|1\rangle$ равна $P_{|0\rangle} = \sin^2(\theta/2)$.

<u>*Двух-кубитовые операции.*</u>

Среди всех возможных двухкубитовых ЛО интересно рассмотреть такие, которые могут быть записаны в виде:

$$|0\rangle\langle 0|\otimes I + |1\rangle\langle 1|\otimes U, \qquad (7.16)$$

где I - тождественная операция, а U - некоторый оператор, описывающий ЛЭ. Такие двух-кубитовые операции получили название “управляемое U”, поскольку действие I или U на второй кубит управляется состоянием первого кубита - находится ли он в состоянии $|0\rangle$ или $|1\rangle$. Например, уже рассмотренная нами операция “CNOT” выглядит так:

$$\begin{gathered}|0\rangle\langle 0|\otimes I + |1\rangle\langle 1|\otimes NOT \rightarrow \left\{|0\rangle\langle 0|\otimes|0\rangle\langle 0| + |0\rangle\langle 0|\otimes|1\rangle\langle 1|\right\} + \\ \left\{|1\rangle\langle 1|\otimes|0\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 1|\otimes|1\rangle\langle 0|\right\} = \left\{|0\rangle\langle 0| + 0\right\} + \left\{0 + |1\rangle\langle 0|\right\} = |0\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 0|\end{gathered} \qquad (7.17)$$

Тогда, например, $\left\{|0\rangle\langle 0|\otimes I + |1\rangle\langle 1|\otimes NOT\right\}|00\rangle \rightarrow \left\{|0\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 0|\right\}|00\rangle = |00\rangle$

Следовательно, полная таблица действия оператора CNOT представляется:

$$\begin{gathered}|00\rangle \rightarrow |00\rangle, \\ |01\rangle \rightarrow |01\rangle, \\ |10\rangle \rightarrow |11\rangle, \\ |11\rangle \rightarrow |10\rangle.\end{gathered} \qquad (7.18)$$

Второй кубит подвергается операции “НЕ” если и только если первый находится в состоянии $|1\rangle$.

<u>*Трех-кубитовые операции.*</u>

Некоторые ЛО требуют участия большего количества кубитов. Так, операция “AND” выполняется при использовании трех-кубитового ЛЭ “дважды управляемое НЕ”. Здесь третий кубит подвергается действию ЛО “НЕ” только и только, если оба других кубита находятся в состоянии $|1\rangle$. Мы уже рассматривали такую ЛЭ, получившую название Тоффоли (1980). Ее действие над состоянием $|a\rangle|b\rangle|0\rangle$ описывается выражением: $a \rightarrow a,\ b \rightarrow b,\ 0 \rightarrow a\bullet b$. Или можно сказать, что если третий кубит приготавливается в состоянии $|0\rangle$ то этот

ЛЭ производит ЛЭ “AND” над первыми двумя кубитами! Заметим, что использование третьего кубита необходимо для того чтобы вся операция в целом была унитарной, т.е. была разрешенной с точки зрения квантово-механической эволюции (была обратимой - reversible). Обратимость - важнейшее свойство квантовых логических операций!

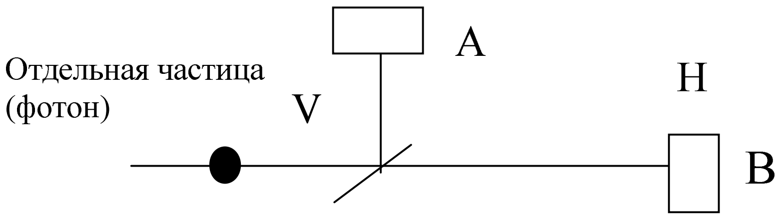
<u>Квантовая интерференция. Принцип суперпозиции.</u>

Прежде, чем приступить к изложению понятия «квантовая интерференция», вспомним основное положительное утверждение, на котором строится квантовая механика – принцип суперпозиции (Л.Ландау, Е.Лифшиц. Квантовая механика).

> *Пусть в состоянии с волновой функцией* $\Psi_1(q)$ *некоторое измерение приводит с достоверностью к результату 1, а в состоянии с волновой функцией* $\Psi_2(q)$ *к результату 2. Тогда принимается (это утверждение – аксиома), что всякая линейная комбинация* $\Psi_1(q)+\Psi_2(q)$ *т.е. всякая линейная комбинация вида* $c_1\Psi_1(q)+c_2\Psi_2(q)$ *дает состояние, в котором то же измерение дает либо разультат 1, либо результат 2. Здесь* c_1 *и* c_2 *– два комплексных числа. Кроме того, можно утверждать, что если нам известна зависимость состояний от времени, которая для одного случая дается функцией* $\Psi_1(q)$
>
> *а для другого – функцией* $\Psi_2(q)$*, то любая их линейная комбинация тоже дает возможную зависимость от времени. Эти утверждения непосредственно обобщаются на случай произвольного числа состояний.*

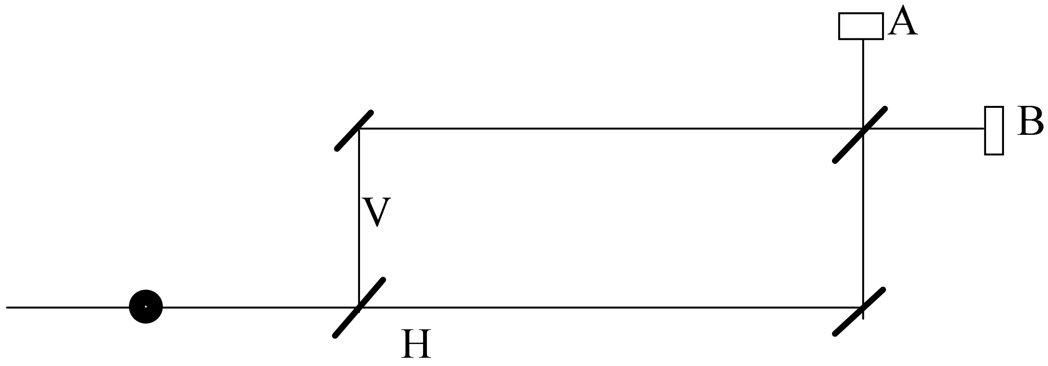
Из принципа суперпозиции, в частности, следует, что все уравнения, которым удовлетворяют волновые функции, должны быть линейными по этим функциям.

Итак, согласно принципу суперпозиции, если бит может находиться в одном из различимых состояний, то он может находиться и в состоянии их когерентной суперпозиции. Тогда, это новые состояния, которые не имеют аналога при классическом описании. Если двухуровневая система – это атом, то атом (в состоянии суперпозиции) описывается **обоими** значениями «0» и «1». Т.е. физическая величина одновременно может принимать два значения! Чтобы понять это, рассмотрим простейший мысленный эксперимент. Его схема показана на рисунке. В качестве частиц будем рассматривать однофотонные состояния, которые достаточно хорошо можно приготавливать в эксперименте.



Фотоны падают на полупрозрачное зеркала (поляризационный светоделитель), которое отражает вертикально поляризованную компоненту вверх с вероятностью 50%, и пропускает горизонтально поляризованную компоненту с вероятностью 50 %. При прохождении светоделителя фотон не расщепляется пополам: энергия (частота) фотонов в выходных плечах светоделителя не меняется (светоделитель – линейный прибор). Кроме того, светоделитель случайно распределяет фотоны в оба плеча – в среднем половина частиц пойдет вверх, а другая половина – вправо. Если, конечно исходное состояние частиц содержало равновесовой вклад этих двух ортогональных состояний, т.е. представляло собой свет, поляризованный по углом 45^0 в лабораторной системе. Однако последующие рассуждения показывают, что такая точка зрения по крайней мере спорна! Будет показано, что нет смысла утверждать, что фотон находится или в плече H или в плече V, т.е., что фотон априори находится в каком-то плече.

Чтобы продемонстрировать это рассмотрим другой эксперимент.



На рисунке изображена оптическая схема, представляющая собой последовательное соединение двух светоделителей, так, чтобы выходные плечи первого служили бы входными плечами для второго. В таком интерферометре относительная фаза между двумя плечами равна нулю.
Предположим, что фотон, который с вероятностью 50% распределяется на первом светоделителе, попадает в плечо H. Но тогда, он опять же с вероятностью 50% распределится и на втором светоделителе, как это было рассмотрено в предыдущем примере. Следовательно, два детектора A и B будут давать отсчеты с одинаковой частотой. Те же рассуждения можно привести для случая, когда после первого делителя фотоно направляется по пути V. Таким образом, если фотон двигался бы по строго определенным путям внутри интерферометра - неважно, вдоль какого - каждый из детекторов срабатывал бы одинаково часто - в половине всех случаев. Эксперимент и расчет показывает, что это не так. А именно, когда оптические пути в интерферометре одинаковы, фотон всегда попадает в детектор A и никогда - в B! Более того, известно, что если перекрыть любой из путей движения фотонов, оба детектора начинают давать одинаковое количество отсчетов, причем, каждый, в среднем, в четыре раза реже, чем количество фотонов на входе. Рассуждая в терминах фотонов - неделимых частиц - можно прийти к выводу, что фотон должен в некотором смысле находиться в обоих плечах одновременно при движении через интерферометр. Так, если отркрыты оба плеча, фотон немедленно узнает о том, что он не должен попасть в B. Иногда говорят о том, что фотону B доступна некая информация, которая распространяется вдоль другого пути со скоростью света, отражаясь от зеркал также как и сам фотон. Часто этому свойству квантовой интерференции приписывается существование двойников, которые оказывают влияние на движение частиц, причем касается это не только фотонов, но и других массивных частиц, с которыми проводятся интерференционные опыты.
Замечание.

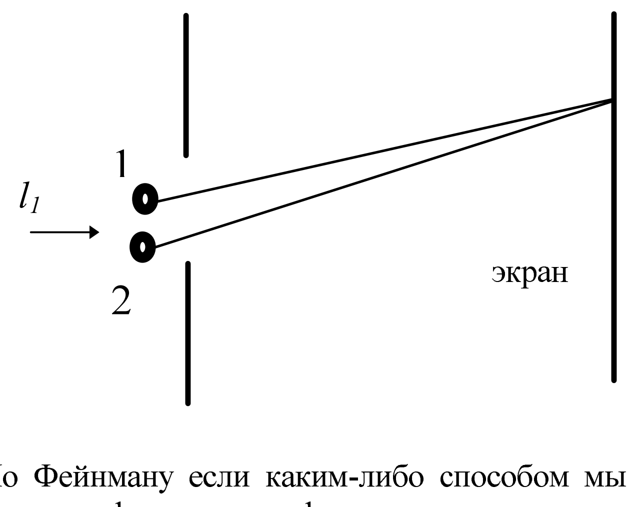
Рассмотренный выше эксперимент имеет тривиальное объяснение, как только мы перестаем оперировать понятием “фотон = частица”. Физическое описание эффекта оптической интерференции основывается на сложении амплитуд полей - напряженностей с различными фазами. При этом нет необходимости рассматривать интерференцию вероятностей - формально, волновой функции фотона ставится в соответстие напряженность поля.

Квантовый стиратель (Quantum eraser).

Процедура *измерения*, включающая воздействие измерительного прибора (наблюдателя) на измеряемый объект, как и процедура *приготовления* состояния лежит в основе квантовой механики. С этими двумя понятиями связано основное расхождение на уровне интерпретации классической и квантовой механики. Ниже будет рассмотрен пример “парадоксальноый” с точки зрения классической физики, когда сам факт наличия некоего дополнительного знания (или его отсутствия) о квантовом объекте принципиально влияет на результат измерения. Другими словами “стирание” этой информации воздействует на результат измерения. Парадокс усугубляется тем, что это знание оказывается принципиальным с точки зрения приготовления состояния. Процесс как бы субъектизируется: экспериментатор может отложить свой выбор, сделав его существенно позже акта физического приготовления состояния. Рассмотри это на примере “дуализма волна-частица”. Экспериментатор решает о том, что хочет обнаружить (волну или частицу) после того, как сам объект (в нашем случае фотонв) был приготовлен. Эта позиция согласуется с копенгагенской трактовкой квантовой механики. Согласно ей до измерения определенного состояния просто не существует.

Пример “квантового стирателя” рассматривается в работах М.Скалли и соавторов в 80-ых годах.

Рассматривается интерференция света, испущенного двумя атомами, локализованными в положениях 1 и 2. Атомы возбуждаются внешними электромагнитными волнами (импульс l_1).

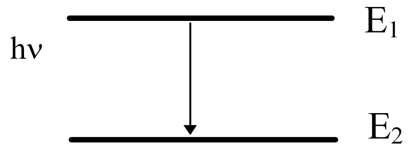


По Фейнману если каким-либо способом мы можем узнать какой из атомов излучил фотон, интерференционная картина не наблюдается. Однако, если наблюдатель решает “стереть” эту информацию из своей памяти (т.е. в принципе), интерференционная картина восстанавливается. Процесс стирания при этом может происходить гораздо позднее, чем процесс испускания. Другими словами экспериментатор может решить какие свойства квантового объекта (атомы) он желает подчеркнуть: волновые (есть интерференция) или корпускулярные (ее нет).

Все эти проблемы обсуждаются до сих пор в квантовой и атомной оптике, но математический аппарат их весьма схожий. Он построен на вычислении корреляционных функций.

Напоминание. **Интерференция одного фотона.**

Когда в интерферометре находится много фотонов, то наблюдаемые интерференционные явления имеют классическое объяснение - это результат наложения и последующей интерференции классических световых волн. Однако, как показывает опыт, интерференция возникает и в том случае, когда фотоны (электроны) проходят через интерферометр поодиночке. Хотя само понятие фотон являнтся неоднозначным и нуждается в уточнении. Следуя Бору, под фотоном будем понимать квант излучения, испущенного при квантовом переходе между двумя уровнями



Рассмотрим интерферометр Юнга - экран с двумя отверстиями, который освещается пучком света. После экрана находится фотопластинка или детектор. Такой интерферометр аналогичен тому, который будет рассмотрен ниже. Известн, что интерференционная картина наблюдается. Когда открыты две щели:

$$I \sim \sin c^2\left(\frac{\lambda}{a/2}\right)\cos^2\left(\frac{\lambda}{b/2}\right), \qquad (7.19)$$

где a - ширина щели, а b - расстояние между центрами щелей. Если одну из щелей перекрыть, то останется лишь первый сомножитель - модуляция пропадет.

Примечательно, что интерференция будет наблюдаться, когда щель освещается единичными фотонами. Аналогичные опыты выполнялись и с массивнами частицами - нейтронами, α-частицами, электронами. В случае одиночных частиц нельзя полагать, что фотон проходит через одно отверстие или через второе случайным образом (мы уже рассматривали эту ситуацию на примере интерферометра Маха-Цандера). Если бы такая независимость имелась, то при прохождении фотона, например, через отверстие 1, было бы безразлично, открыто или закрыто отверстие 2. Опыт же показывает, что призакрывании отверстия 2 интерференционная картина пропадает. Предположение о том, что фотон проходит через оба отверстия одновременно, также не годится, поскольку в таком случае, его энергия должна разделиться пополам:

$\hbar\omega_1 + \hbar\omega_2 = \hbar\omega$ - т.е. частота меняется в линейном процессе!

Квантово-механическое обяснение интерференции отдельных частиц следующее.

Пусть w_1 - вероятность фотону оказаться зарегистрированным в некотором месте фотослоя, когда открыта щель 1, а щель 2 - закрыта. Пусть w_2 - наоборот (щель 2 - открыта, а 1 - закрыта). Пусть w - вероятность регистрации при обеих открытых щелях. Если бы фотоны проходили через щели независимо, что

$w = w_1 + w_2$ (7.20)

Согласно квантовой механике трем вышеописанным ситуациям отвечают волновые функции ψ_1, ψ_2, ψ или амплитуды вероятностей, причем,

$|\psi_1|^2 = w_1$, $|\psi_2|^2 = w_2$, $|\psi|^2 = w$ (7.21)

Вместо сложения вероятностей в микромире скоадываются волновые амплитуды вероятностей, а затем находится квадрат модуля:

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 \to w = |\psi|^2 = |\psi_1 + \psi_2|^2 = w_1 + w_2 + \left(\psi_1\psi_2{}^* + \psi_1{}^*\psi_2\right). \qquad (7.22)$$

Таким образом, в вероятности, отвечающей случаю, когда открыты обе щели появился интерференционный член.

По Фейнману интерференционный член дает вклад лишь, когда рассматриваемые альтернативы, отвечающие прохождению фотона либо через одну щель, либо - через другую, неразличимы. Если же принять какие-то меры к их различению, т.е. выяснить через какую щель прошел фотон, то интерференционный член обратиться в нуль. Это можно делать разными способами - закрывать одну из щелей, помещать дополнитеотный детектор вблизи какой-нибудь щели и т.д. Важно при этом знание **в принципе**! Т.е. всякая индивидуализация частицы (т.е. ее различимость) приводит к потере интерференции. Заметим, что условие

$$\psi_1\psi_2{}^* + \psi_1{}^*\psi_2 = 0 \qquad (7.23)$$

означает ортогональность состояний. Ортогональные состояния не интерферируют! Т.е. для полной системы мы знаем о ней все, если укажем, через какую щель прошел фотон. Таким образом, вопрос через какую щель прошел фотон, не имеет смысла. Итак, интерференция при прохождении одиночных частиц через щель, является принципиально квантовым явлением. При прохождении фотонов через интерферометр, рассмотренный выше, можно говорить об амплитудах вероятностей, отвечающим двум альтернативам. Как только альтернативы различаются, например. фотоны отличаются по поляризации - интерференция пропадает. Чтобы восстановить ее нужно уничтожить знание поляризации - поставить поляроид, ориентированный под 45^0, если фотоны были поляризованы как H и V.

Проблема квантового стирателя. (если есть время)