

## ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

## Фотонный шум: наблюдение, подавление, интерпретация

Д.Н. Клышко, А.В. Масалов

*В рамках квантовой оптики излагаются современные представления о фотонном шуме (ФШ), который наблюдается при детектировании даже идеального лазерного света. Дано описание методов преобразования, подавления и "неразрушающего" наблюдения ФШ. Неразрушающие измерения имеют существенное значение для интерпретации ФШ. Подробно анализируется метод подавления ФШ с помощью электронной обратной связи. При этом возможны два основных подхода — априорный и апостериорный, — согласно которым ФШ присутствует в лазерном свете изначально или образуется при детектировании. Теория систем с электронной обратной связью, построенная в соответствии с априорной концепцией, предсказывает сжатие внутреннего поля в цепи обратной связи — в противоположность апостериорной модели. Обсуждаются возможные критические эксперименты, использующие неразрушающие измерения интенсивности света.*

PACS numbers: 42.60.Mi

## Содержание

1. Введение (1249).
  2. Общее описание ФШ (1252).
    - 2.1. Свойства и различные интерпретации ФШ.
    - 2.2. Флуктуации интенсивности света и фототока.
    - 2.3. Когерентный свет со слабой модуляцией.
    - 2.4. Преобразование ФШ светоделителем.
    - 2.5. Сжатие и неразрушающее измерение ФШ.
  3. ФШ и электронная обратная связь (1265).
    - 3.1. Динамика системы.
    - 3.2. Функция Грина и коммутаторы.
    - 3.3. ФШ в системе с обратной связью.
    - 3.4. Наблюдение ФШ внутреннего поля.
    - 3.5. Обсуждение.
    - 3.6. Апостериорный подход.
    - 3.7. Корпускулярная модель.
  4. Заключение (1276).
  5. Приложение. Соотношение неопределенностей и неравенства Коши–Шварца для спектральных компонент (1277).
- Список литературы (1278).

## 1. Введение

Идеальный лазер должен излучать "чистую синусоиду"  $E_0 \sin(\omega_0 t)$  с постоянными амплитудой и частотой. Однако при детектировании лазерного света наблюдае-

мый фототок  $i(t)$  флуктуирует — он кроме постоянной составляющей  $I_0$  содержит еще и некоторый шум со спектральной плотностью, пропорциональной  $I_0$ , и широкой полосой частот  $\Delta\Omega$ , ограничиваемой лишь инерцией детектора и электроники. Его называют *фотонным шумом*, а также *квантовым, вакуумным, дробовым шумом*.

Историю исследования ФШ можно отсчитывать от известных работ Эйнштейна, в которых он возродил на новом уровне корпускулярную теорию света Ньютона. Однако, несмотря на давнюю историю открытия ФШ, его интерпретация до сих пор сталкивается с определенными трудностями. Эти трудности связаны отчасти с общей проблемой описания процесса измерения в квантовой механике (см., например, [1]). Проблема интерпретации ФШ недавно довольно неожиданно приобрела остроту и даже определенное практическое значение в связи с экспериментами Ямамото и др. (см. ниже). В связи с этим представляется целесообразным обсудить современное состояние вопроса с учетом опыта квантовой оптики последних лет.

Избавление от ФШ, ограничивающего информационную емкость оптических систем связи и точность оптических измерений, остается нерешенной актуальной проблемой современной квантовой оптики. Большие надежды при этом возлагаются на *сжатый свет* [2–8], в котором ФШ на некоторых частотах уменьшен (рис. 1).

Технически наиболее простой и наглядный метод уменьшения (сжатия) наблюдаемого ФШ — использование отрицательной электронной обратной связи (ОС), стабилизирующей интенсивность света и фототок [9–21]. При этом переменная составляющая тока детектора после усиления модулирует в противофазе интенсивность падающего на детектор лазерного света (рис. 2). Такая схема успешно подавляет "реальную" модуляцию (детерминированную или шумовую) падающего света, а

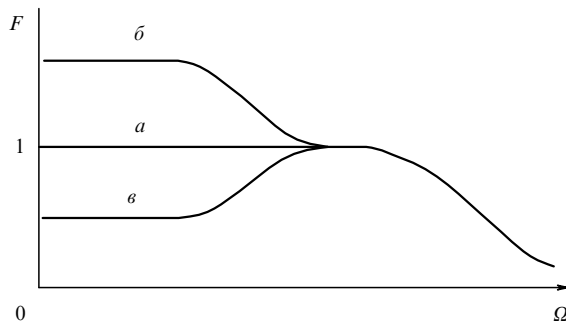
Д.Н. Клышко, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Физический факультет  
119899 Москва, Воробьевы горы  
Тел. (095) 939-11-04

E-mail: dnk@klyshko.phys.msu.su

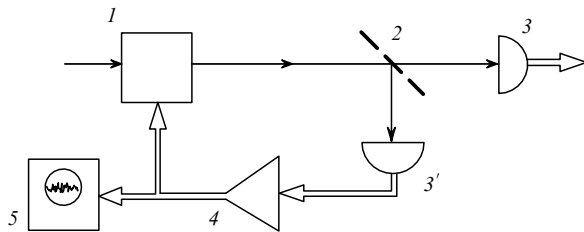
А.В. Масалов, Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН,  
117924 Москва, Ленинский просп. 53  
Тел. (095) 132-67-60

E-mail: masalov@qoma.fian.msk.su

Статья поступила 24 апреля 1995 г.,  
после доработки 5 июля 1995 г.



**Рис. 1.** Интенсивность шума фототока в зависимости от частоты в случаях (а) когерентного света идеального лазера (пуассоновский шум), (б) дополнительной шумовой модуляции лазера, дающей суперпуассоновский ("избыточный") шум, и (в) амплитудно-сжатого лазерного света (субпуассоновский шум). Предполагается, что максимальная частота модуляции меньше предельной частоты электроники



**Рис. 2.** Схема подавления ФШ детектора с помощью отрицательной ОС. 1 — модулятор, 2 — светоделитель, 3 и 3' — детекторы, 4 — усилитель, 5 — спектроанализатор. Шум внешнего детектора 3 увеличивается при включении ОС

также дробовой шум детектора и собственные шумы усилителя.

Первые эксперименты такого типа были проведены Ямамото и др. в 1986 г. [9] и Фофановым в 1988 г. [10, 11]. Максимальное подавление дробового шума фототока этим способом наблюдалось недавно Масаловым и др. [12] (в 18 раз по спектральной плотности на частотах в области  $\Omega/2\pi \approx 20$  МГц). Применяется два способа управления интенсивностью света — через ток возбуждения лазера [9–11, 13] и с помощью электронно-оптического модулятора [12].

Однако возникает принципиальный вопрос: будут ли при этом подавляться также и квантовые флуктуации интенсивности света, освещающего детектор? Существует два противоположных мнения на этот счет. Согласно "оптимистической" точке зрения сжимаются шумы и тока, и света [6, 9, 12, 15–17], а согласно "пессимистической" — только шумы тока [19–21]. Пессимисты полагают, что свет остается несжатым (классическим) и даже приобретает за счет модуляции некоторые избыточные флуктуации. Последние антикоррелированы с дробовым шумом детектора, что и вызывает наблюдаемое подавление последнего. (В некоторых работах рассматриваются лишь шумы тока и эта дилемма вообще не обсуждается.)

Можно выдвинуть два убедительных, казалось бы, аргумента в пользу пессимистической точки зрения, основанных на хорошо известных свойствах оптических модуляторов и светоделителей. Заранее отметим, что оба они оказываются несостоятельными в рамках изла-

гаемой в настоящей работе теории, использующей в основном подход Шапиро и др. [15].

Первый аргумент основан на том, что классический источник поля, в качестве которого можно рассматривать, например, линейный модулятор света в цепи ОС, всегда дает лишь когерентную, классическую добавку к первоначальному полю. Следовательно, исходный классический свет при включении ОС должен остаться классическим, несжатым.

Далее, в экспериментах было обнаружено, что "внешний" световой пучок, выведенный из цепи ОС наружу с помощью светоделителя, не только не обнаруживает сжатия, но даже имеет избыточные флуктуации. Этот факт, казалось бы, также доказывает правоту пессимистов: ведь светоделитель всегда, как принято считать, сохраняет тип статистики света — его сжатость или несжатость — неизменным, поэтому "внутренний" свет, падающий на светоделитель, также должен быть суперпуассоновским, не сжатым.

Существенно, что если даже "внутренний" свет действительно сжат, остается еще проблема его вывода наружу для дальнейшего применения. Для этого необходимо использовать вместо обычных светоделителей довольно сложные методы оптических "неразрушающих" измерений интенсивности света (QND-методы) [1, 22–29]. Практическая реализация этих методов измерения [27–29], как и наблюдение эффекта сжатия ФШ лазерного света (см. [2–8]), имеет большое значение в истории исследования ФШ. Оптические QND-методы позволяют экспериментально решить вопрос о сжатости внутреннего поля при наличии ОС, так что он перестает носить схоластический характер.

Отметим здесь, что схемы с ОС могут найти и другие применения. Так, недавно на их основе был предложен и экспериментально исследован новый метод "электронного" усиления и генерации света без использования инверсии населенностей [30]. По существу при этом за счет ОС происходит усиление исходной модуляции лазерного света в выходящем пучке.

Теория оптических систем с ОС развивалась в [6, 9, 12–21]. Используемые при этом модели можно разделить на две основные группы, которые мы назовем *априорной* и *апостериорной*. Первая группа предсказывает сжатие внутреннего поля при некоторых условиях, вторая отрицает эту возможность или игнорирует ее.

В априорных моделях [6, 9, 12, 13, 15–17] ФШ присутствует в световом поле изначально, при этом формально он возникает за счет использования отличных от нормально-упорядоченных квантовых функций корреляции поля (или за счет введения пуассоновских источников шума в классические кинетические уравнения поля [17]).

В апостериорных моделях [19–21] ФШ возникает лишь в фотодетекторе (согласно [19, 21] — в результате процесса *квантового измерения*), поэтому поле за счет ОС может приобрести лишь избыточные классические флуктуации.

Мы попытаемся показать в настоящей работе, что для описания экспериментов с ОС и с неразрушающими измерителями необходимо использовать априорную концепцию. Подчеркнем, что предлагаемая классификация имеет смысл при описании только указанной группы экспериментов. Для большинства же оптических эффектов оба подхода дают одинаковые предсказания.

В некоторых работах применялось полуклассическое описание, в котором поле не квантуется и рассматривается лишь его интенсивность [14, 15, 17]. Статистика фотоэлектронов в [14, 15, 21] рассчитывалась с помощью теории стохастических "точечных" процессов с запаздывающим самовоздействием. Такой подход, по существу, основан на апостериорной концепции ФШ и, в принципе, не может предсказать сжатие внутреннего поля за счет ОС, а также описать случай, когда исходный свет имеет некоторое предварительное сжатие.

В [19] на основании квантовой теории измерения и модели лазера с мощностью, управляемой усиленным фотоотомом, сделан вывод о классичности поля, излучаемого лазером с ОС.

В [20] классичность внутреннего поля обосновывается из весьма общих соображений о соответствии между классической и квантовой электродинамикой при описании взаимодействия макроскопических объектов.

В [21] подчеркивается связь проблемы фотодетектирования при наличии ОС с теорией непрерывных квантовых измерений. При этом оспаривается применимость в данном случае общепринятой теории фотодетектирования [31], выражающей наблюдаемую статистику фототока через корреляционные функции падающего на детектор поля, поскольку "... подход Глаубера справедлив только для полей, источники которых не скоррелированы с состояниями атомов детектора". Отметим, однако, что характерные атомные времена для процессов фотоионизации заведомо на много порядков меньше реального времени запаздывания сигналов в цепи ОС, так что корреляции падающего на детектор поля с состояниями атомов детектора вряд ли имеют значение в рассматриваемом случае. Фактически в [21] именно глауберовские функции корреляции использовались для задания исходных безусловных вероятностей точечного процесса, из которых далее определялись условные вероятности.

Конкретный расчет в [21] проводится в предположении, что внутреннее поле находится в когерентном состоянии. Такой подход сразу исключает возможность рассмотрения сжатых состояний исходного (до модулятора) или внутреннего (между модулятором и детектором) поля и делает дальнейшую теорию, по существу, классической.

Однако некоторые модели [6, 9, 12, 15–17], которые основываются на априорной концепции ФШ, приводят к сжатому внутреннему полю. Степень подавления ФШ внутреннего поля, предсказываемая в [21] и [17], одинакова.

В [12] рассчитывается степень сжатия внутреннего поля и акцентируются его необычные свойства (см. раздел 3.5)

В [15] гейзенберговские операторы внутреннего поля зависят от предшествовавших значений фототока, что приводит к самосогласованному изменению этих операторов и, соответственно, их коммутаторов. В этой работе используется параллельно и полуклассическая модель, при этом обнаружено, что в случае когерентного состояния исходного света обе модели дают одинаковые предсказания для флуктуаций тока, наблюдаемых с помощью двух обычных детекторов — внутреннего и наружного.

В [17] лазер и цепь ОС описываются кинетическими уравнениями с ланжевеновскими силами. При этом

фактически используется априорная "корпускулярная" концепция: свет представляется потоком фотонов с исходными пуассоновскими флуктуациями, которые при некоторых условиях подавляются ОС. Внутренний свет, падающий на светоделитель, может состоять из субпуассоновского потока фотонов, а часть пучка, выведенная светоделителем наружу, — всегда суперпуассоновская. Причина такого странного действия светоделителя не обсуждается.

Перечислим некоторые неожиданные, парадоксальные черты квантовой априорной теории оптических систем с ОС. К сожалению, они почти не обсуждались в научной литературе, что и стимулировало в значительной мере написание настоящего обзора.

1. Относительная величина флуктуаций тока детектора  $F_i$  на некоторых частотах может быть сделана сколь угодно малой, в то время как согласно обычной теории фотодетектирования сжатого света  $F_i$  имеет минимальное достижимое значение  $1 - \eta$ , где  $\eta$  — квантовая эффективность детектора. Этот предел был значительно превзойден в экспериментах [12].

2. Далее,  $F_i$  оказывается меньше вычисленного относительного ФШ падающего на него света  $F_N$  [12] — опять вопреки установившемуся представлению. Более того, при прохождении внутреннего света через светоделитель или поглотитель его относительные шумы уменьшаются, и свет даже может превратиться из классического в неклассический (этот эффект можно назвать "диссипативным сжатием").

3. Усиленный, явно классический сигнал  $w(t)$ , управляющий модулятором, принимается пропорциональным гейзенберговскому оператору поля [15]. При этом он "реализует" квантовый стохастический процесс, возникающий из-за квантовых флуктуаций поля.

4. Операторы внутреннего поля, распространяющиеся от модулятора к детектору, не удовлетворяют стандартным коммутационным соотношениям:  $[a, a^+]$  уже не равно 1. В результате нарушается и соотношение неопределенностей для дисперсий двух квадратур поля  $q, p$ , описывающих соответственно амплитудную и фазовую шумовую модуляцию: одна из них сжимается без соответствующего растяжения второй [15] ( $a = (q + ip)/2^{1/2}$  — оператор уничтожения фотона). Свет с такими необычными свойствами можно назвать "сверхсжатым"; другое название — *антикоррелированный свет* — было предложено в [12].

В силу сказанного оптические эксперименты с ОС и их анализ представляют, по-видимому, определенный методический интерес не только для квантовой оптики, но и в более широком плане, например, для более глубокого понимания сущности квантовых флуктуаций вообще, для квантовой теории измерений и т.д.

Цель настоящей работы — дать общее представление о ФШ и о методах его расчета, преобразования и подавления. При этом используется концептуально простое и естественное описание, позволяющее параллельно рассматривать как существенно квантовые, так и чисто классические черты обсуждаемых явлений.

Различные типы сжатого света и методы его получения подробно описаны в обзорной литературе [2–8], поэтому в настоящем обзоре основное внимание будет уделено описанию лишь одного типа — *амплитудно-сжатого* лазерного света (при рассматриваемых условиях он совпадает с *квадратурно-сжатым* светом) и его

приготовлению с помощью параметрического преобразования (раздел 2).

Большое внимание будет уделено подавлению ФШ в схеме с ОС (раздел 3). Это связано с тем, что здесь чисто методический вопрос о сущности ФШ имеет непосредственное отношение к важной практической проблеме — принципиальной возможности сжатия света с помощью ОС. Как уже отмечалось, в литературе имеется два противоположных мнения по этому вопросу. В настоящей работе делается попытка обосновать возможность сжатия внутреннего поля, взяв за основу существование неразрушающих методов регистрации ФШ. Для сравнения рассматривается также альтернативная "апостериорная" квантовая модель, не дающая сжатия поля. Окончательный выбор между различными подходами можно сделать, очевидно, лишь после проведения соответствующих критических экспериментов.

Принято большое внимание уделять полуклассическим расчетам и их сравнению с более последовательными квантовыми расчетами. Поскольку полуклассический подход явно неадекватен всем наблюдаемым эффектам современной квантовой оптики, он здесь не будет затрагиваться. Вместо него будет рассматриваться "классический аналог" — полностью классическая наглядная модель, которая следует из квантовой модели при предельных значениях некоторых параметров.

Изложение начинается с элементарного обсуждения существующих интерпретаций ФШ, его общих свойств и новых методов его экспериментального наблюдения. Предлагается также несколько возможных критических экспериментов, демонстрирующих необходимость в некоторых случаях априорного описания ФШ (раздел 2.1). В разделе 2.2 кратко излагается (с акцентом на методические моменты) теория фотодетектирования. В разделе 2.3 вводятся понятия слабо модулированного когерентного света и квадратурных сигналов  $q$  и  $p$ , описывающих соответственно амплитудную (АМ) и фазовую (ФМ) модуляцию когерентного света. В разделе 2.4 описываются преобразование ФШ и модулированных когерентных полей светоделителями и гомодинными детекторами. Раздел 2.5 посвящен параметрическим преобразованиям и важному понятию современной квантовой оптики — квадратурно-сжатому свету и его близкому классическому аналогу — классическому сжатому свету. Здесь же на простом примере поясняется идея квантовых невозмущающих измерений.

В разделе 3.1 в линейном приближении рассчитывается динамика оптической системы с ОС, изображенной на рис. 2 (в спектральном представлении). Как и в других линейных задачах квантовой оптики, она, по существу, одинакова при квантовом и классическом описаниях. В разделе 3.2 рассматривается классическая функция Грина системы и связанные с ней коммутационные соотношения, возникающие при переходе к квантовой теории. В разделе 3.3 рассчитываются флуктуации в различных точках системы. Возможность наблюдения за внутренним полем с помощью неразрушающих методов обосновывается в разделе 3.4. В разделе 3.5 проводится обсуждение использованного формализма и перечисленных выше парадоксов. Альтернативная теория, рассматриваемая в разделе 3.6, исходит из апостериорной концепции ФШ и поэтому не дает сжатия внутреннего поля. Наконец, в разделе 3.7 анализируется простая

корпускулярная модель системы с ОС, помогающая понять некоторые ее особенности. В Приложении выводятся соотношения неопределенностей и неравенства Коши–Шварца для спектральных плотностей поля.

## 2. Общее описание ФШ

### 2.1. Свойства и различные интерпретации ФШ

Известно несколько интерпретаций наблюдаемого дробового шума фотодетектора.

1. В рамках *полуклассической теории* электромагнитное поле считается классическим, а вещество подчиняется квантовым законам. При этом полагается, что фотоэлектроны возникают в детекторе случайным образом с вероятностью, пропорциональной интенсивности поля. Поле идеального лазера имеет постоянную интенсивность, пропорциональную  $E_0^2$ , так что все моменты времени эквивалентны (после усреднения по оптическому периоду  $2\pi/\omega_0 \sim 10^{-14}$  с). В результате моменты появления фотоэлектронов образуют *пуассоновский случайный процесс*, что и приводит к наблюдаемым флуктуациям фототока. Такой же характер имеют и флуктуации тока, протекающего через вакуумный диод в режиме насыщения, описываемые формулой Шоттки. (Напомним, что обычные источники тока, например, ЭДС индукции, не дают пуассоновских флуктуаций.) Таким образом, полуклассическую модель можно назвать *апостериорной*, так как здесь ФШ появляется лишь в результате процесса детектирования.

Часто ФШ связывают с фактом дискретности электрического заряда. Заметим, что строго периодическая, регулярная последовательность импульсов не содержит шума, ее спектр состоит только из гармоник частоты следования импульсов  $N_0$ . Следовательно, для объяснения ФШ, кроме дискретности заряда, необходимо предположить также случайный характер моментов рождения свободных электронов под действием света постоянной интенсивности.

Существенно, что, в принципе, свет можно детектировать и с помощью чисто аналогового устройства, например, микрокалориметра. При этом согласно постулатам квантовой теории (см. ниже) энергия калориметра должна увеличиваться лишь дискретными порциями, кратными  $\hbar\omega_0$ , причем момент очередной передачи энергии каждый раз случаен. Таким образом, аналоговые фотодетекторы также должны обнаруживать ФШ, что противоречит предположению о его связи с дискретностью заряда.

2. Согласно другому распространенному представлению лазер, как и все другие источники света, излучает случайную последовательность порций энергии — фотонов — и идеальный детектор просто превращает их в наблюдаемые импульсы тока, сохраняя исходную хаотичность распределения фотонов во времени. В этой наглядной "априорной" картине ФШ изначально присутствует в световом поле благодаря его *корпускулярной* структуре, так что дискретные и аналоговые детекторы получают равные права. Однако при этом возникают известные трудности с объяснением волновых явлений, зависящих от фазы поля — интерференции, дифракции.

3. В рамках квантовой теории электромагнитное поле является квантовым объектом, а фотодетектор вместе с электронными усилителями — классическим прибором.

В наиболее распространенной — *копенгагенской* — интерпретации принимается обычно, что ФШ — это проявление квантовых флуктуаций, возникающих *при наблюдении* за энергией поля с помощью макроскопических детекторов. О том, что было *до наблюдения* обычно известно довольно мало: даже в лучшем случае можно только указать *вектор состояния* поля  $|\psi\rangle$ .

Важнейшее достижение квантовой оптики — вывод о том, что поле идеального лазера в хорошем приближении описывается *когерентным состоянием*:  $|\psi\rangle = |E_0\rangle$ . При этом согласно квантовому формализму измеряемая энергия поля и, соответственно, число фотонов (т.е. энергия, деленная на  $\hbar\omega_0$ ) не имеют определенных значений, а флуктуируют в соответствии с распределением Пуассона. В случае других состояний поля характер флуктуаций энергии может быть непуассоновским.

Наблюдаемые квантовые флуктуации энергии (числа фотонов) должны отсутствовать лишь в случае, когда  $|\psi\rangle$  является собственным вектором для оператора энергии. Практическое приготовление таких состояний с определенным числом фотонов представляет одну из нерешенных задач квантовой оптики. Наглядно свет в таком состоянии можно представлять состоящим из регулярного потока равноотстоящих частиц (эффект идеальной *антигруппировки фотонов*).

Какая же из описанных выше трех основных картин "самая правильная"? Что представляет из себя ФШ "на самом деле"? В рамках копенгагенской интерпретации квантового формализма такой вопрос не имеет смысла, так как квантовая теория предсказывает лишь статистику показаний макроскопических приборов — фотодетекторов в данном случае, а по ней нельзя однозначно восстановить все свойства исходного света. Таким образом, согласно современной квантовой теории света утверждение "свет состоит из фотонов" нельзя ни подтвердить, ни опровергнуть (подробнее понятие фотона в современной квантовой оптике обсуждается в [32]). В результате различные интерпретации (в отличие от различных концепций) следует оценивать исходя не из их "правильности", а лишь из удобства при качественном описании некоторого класса экспериментов.

Например, хотя согласно постулатам квантовой теории измерения ФШ обнаруживается лишь в процессе детектирования, тем не менее удобно полагать, что ФШ имеет априорный характер, т.е. что квантовые флуктуации имеются и в свободном световом поле перед детектором. При этом говорят о "квантовых", "нулевых" или "вакуумных" флуктуациях поля, которые добавляются к лазерному или иному "реальному" полю. В дальнейшем мы попытаемся показать, что такая интерпретация более адекватно описывает ФШ при наличии обратной связи, т.е. она приобретает в данном случае статус концепции.

Априорный ФШ формально возникает при использовании для описания статистики наблюдаемых макроскопических эффектов *неупорядоченных* произведений операторов поля (см. разделы 2.2 и 2.3). При этом существенна некоммутативность этих операторов:  $aa^+ - a^+a \equiv [a, a^+] = 1$ . Здесь  $a$  и  $a^+$  — операторы уничтожения и рождения фотонов в одной моде поля — плоской монохроматической волне с определенной поляризацией. Упорядоченными называют операторы типа  $a^+a$  или  $a^+a^+aa$ , в которых операторы уничтожения первыми действуют на стоящие справа от них векторы

состояния  $|\psi\rangle$ , так что вакуумные средние от таких операторов равны нулю.

Рассмотрим, как непосредственно проявляется в экспериментах ФШ.

Пусть интенсивность падающего на детектор стационарного света достаточно мала, тогда на выходе детектора будут наблюдаться отдельные импульсы тока (рис. 3). Будем измерять число таких импульсов, возникших за некоторый фиксированный интервал времени  $T$ , много больший времени когерентности света (это условие делает последовательные наблюдения статистически независимыми). При повторных испытаниях наблюдаемое таким образом число импульсов  $n_T$  будет флуктуировать. Современные счетчики фотонов обладают высокой эффективностью ( $\eta \approx 1$ ) и позволяют достаточно надежно измерять статистику случайного числа  $n_T$  — закон распределения  $p(n_T)$  и моменты распределения  $\langle n_T^k \rangle$ . Согласно квантовой теории эта статистика полностью определяется состоянием поля.

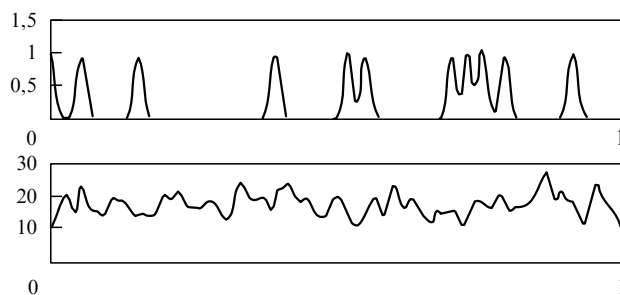


Рис. 3. Дискретное и аналоговое детектирование. Суперпозиция  $I_0$  импульсов с формой  $f_i(t) = \exp[-(t - t_i)^2 / \tau^2]$ , где  $\tau = 0,01$  с. Моменты времени  $t_i$  распределены случайным образом на изображенном интервале времени, длина которого принята равной 1 с. На верхнем графике  $I_0 = 10$  с $^{-1}$ , т.е.  $I_{0\tau} = 0,1$ ; на нижнем  $I_0 = 1000$  с $^{-1}$ , т.е.  $I_{0\tau} = 10$

Как уже отмечалось, поле идеального лазера хорошо описывается когерентным состоянием,  $|\psi\rangle = |E_0\rangle$ . В таком состоянии число импульсов  $n_T$  имеет пуассоновское распределение и, соответственно, дисперсию, равную среднему числу импульсов  $\langle n_T \rangle$ :  $\langle \Delta n_T^2 \rangle = \langle n_T^2 \rangle - \langle n_T \rangle^2 = \langle n_T \rangle$ . В экспериментах "пуассоновость" фототока в случае лазерного света и, в частности формула  $\langle \Delta n_T^2 \rangle = \langle n_T \rangle$ , подтверждается с высокой точностью.

Заметим, что в теоретических формулах угловые скобки означают операцию квантового усреднения по состоянию поля  $|\psi\rangle$ :  $\langle \dots \rangle = \langle \psi | \dots | \psi \rangle$ ; предполагается, что эти квантовые средние совпадают с результатами стационарных экспериментов, усредненными по времени.

Нелазерные пучки обычно дают дополнительные, сверхпуассоновские флуктуации числа  $n_T$ , при этом говорят о *группировке фотонов*. В частности, в случае теплового одномодового света имеет место формула Эйнштейна  $\langle \Delta n_T^2 \rangle = \langle n_T \rangle + \langle n_T \rangle^2$  и связанный с ней эффект Брауна–Твисса. В случае тепловых источников избыточный шум  $\langle n_T \rangle^2$  можно наглядно объяснить интерференцией волновых пакетов — фотонов, излучаемых отдельными атомами источника. Поскольку фазы волн в этих пакетах изменяются случайным образом, то амплитуда суммарного поля сильно флуктуирует.

Одно из важнейших достижений квантовой оптики — введение понятия света с *антигруппировкой фотонов*, дающего при детектировании дисперсию  $\langle \Delta n_T^2 \rangle$ , меньшую, чем  $\langle n_T \rangle$ , и разработка принципов его генерации. Такой свет не описывается полуклассической теорией, в рамках которой не существует, очевидно, поля, дающего при детектировании меньшие шумы, чем волна с постоянной амплитудой  $E_0$  (обсуждаемым ниже исключением является внутреннее поле в системе с отрицательной ОС).

При достаточно большой интенсивности света отдельные импульсы фототока перекрываются (см. рис. 3). При этом удобно перейти от дискретной наблюдаемой  $n_T$  к непрерывной, аналоговой случайной величине  $i(t) = n_T/T$ , т.е. к фототоку (деленному на заряд электрона  $e$ ; для простоты обозначений полагаем  $e = 1$ ). Величина  $\langle i \rangle = \langle n_T \rangle/T = I_0$  в случае стационарных источников не зависит от времени; она имеет смысл интенсивности света в *фотонах/с* (среднего потока фотонов), умноженной на квантовую эффективность детектора  $\eta$ . Условие сильного перекрытия импульсов тока имеет, очевидно, вид  $I_0\tau \gg 1$ , где  $\tau \sim 2\pi/\Delta\Omega$  — длительность импульса и  $\Delta\Omega$  — полоса частот детектора и электроники. Статистика флуктуаций фототока будет при этом приближаться к гауссовой. Важной характеристикой флуктуаций тока является их спектральная плотность  $\langle i^2(\Omega) \rangle$  на различных частотах.

Итак, в зависимости от используемого типа детектора — дискретного или аналогового — имеется два основных типа наблюдаемых проявлений ФШ: флуктуации  $\langle \Delta n_T^2 \rangle$  дискретного числа фотоотсчетов  $n_T$  за некоторое время выборки  $T$  и флуктуации фототока  $i(t)$  на некоторой частоте  $\Omega$  со спектральной плотностью  $\langle i^2(\Omega) \rangle$ . Соответственно, говорят о двух типах неклассического света — с антигруппировкой фотонов и с субпуассоновскими (субдробовыми) шумами. Мы далее будем обсуждать только последний случай.

Приведем некоторые количественные соотношения. В случае идеального лазерного пучка спектральная плотность фототока постоянна в пределах полосы пропускания детектора и электроники  $\Delta\Omega$ , при этом она, как будет показано в следующем разделе, определяется известной формулой Шоттки

$$\langle i^2(\Omega) \rangle = I_0. \quad (2.1.1)$$

Здесь  $\Omega \neq 0$  и подразумевается интегрирование и по отрицательным, и по положительным круговым частотам. Если перейти к положительно определенным обычным частотам  $f = \Omega/2\pi > 0$ , то добавится фактор  $2/2\pi$  ( $\langle i^2(f) \rangle = I_0/\pi$ ). Этот уровень флуктуаций получил название стандартного квантового предела (SQL). Термин ФШ мы будем, в основном, относить именно к этой, пуассоновской части шумов.

Оценим величину ФШ. Дисперсия флуктуаций тока равна  $\langle \Delta i^2 \rangle = I_0\Delta\Omega/\pi$ , где  $\Delta\Omega$  — эффективная полоса электроники. Стандартное отклонение ("неопределенность" тока) равно корню из дисперсии  $\Delta i = (I_0\Delta\Omega/\pi)^{1/2}$ . Относительная величина ФШ характеризуется отношением

$$\delta = \frac{\Delta i}{I_0} = \left( \frac{\Delta\Omega}{\pi I_0} \right)^{1/2}. \quad (2.1.2)$$

Пусть мощность лазера с длиной волны 0,5 мкм равна 1 мВт. При  $\eta = 1$  средние потоки электронов и фотонов будут одинаковыми:  $I_0 = N_0 = 2,5 \times 10^{15} \text{ с}^{-1}$  (в обычных единицах ток равен  $eN_0 \sim 0,4 \text{ мА}$ ). Отсюда при  $\Delta\Omega/2\pi = 10^9 \text{ Гц}$  получаем  $\delta = 10^{-3}$ , т.е. неопределенность интенсивности и фототока составляет примерно  $\pm 0,1 \%$ .

Отметим, что условие сильного перекрытия импульсов фототока  $I_0 \gg 1/\tau = \Delta\Omega/2\pi$ , позволяющее перейти к аналоговому описанию, автоматически обеспечивает также и малость относительных флуктуаций,  $\delta^2 \ll 1$ . Пусть  $\Omega < \Delta\Omega$  — частота, на которой измеряется спектральная плотность тока, тогда из  $I_0\tau \gg 1$  следует также  $I_0T_\Omega \gg 1$ , где  $T_\Omega = 2\pi/\Omega$  — период колебания с частотой  $\Omega$ . Таким образом, аналоговое описание фототока в терминах спектральной плотности подразумевает, что за период колебания  $T_\Omega$  возникает много импульсов тока.

Флуктуации тока  $\Delta i \equiv (\langle \Delta i^2 \rangle)^{1/2}$  в соответствии с априорной концепцией можно наглядно представить как результат медленных флуктуаций мощности пучка  $\hbar\omega_0 N$  и, соответственно, амплитуды поля  $\Delta E$  (рис. 4). Обратим внимание на отличие представленной на рис. 4 картины от наивной картины случайной последовательности шариков-фотонов.

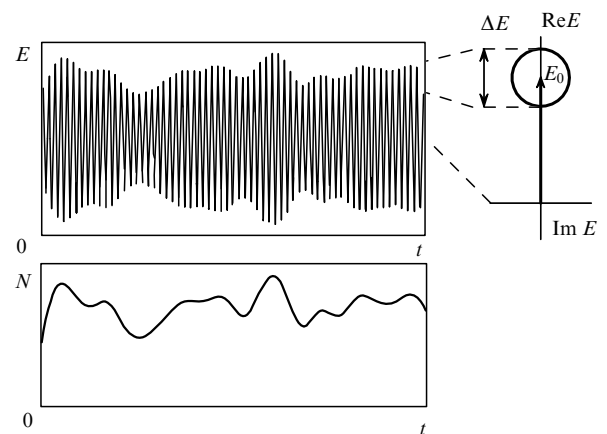


Рис. 4. Наглядное представление ФШ когерентного поля с амплитудой  $E_0$  в виде стохастической амплитудной модуляции со стандартным отклонением  $\Delta E = \sqrt{\Delta\Omega/4\pi}$ . В отличие от "реальной" стохастической модуляции (избыточного шума) спектр "вакуумной" модуляции неограничен, поэтому надо заранее учитывать полосу  $\Delta\Omega$  регистрирующей аппаратуры. Поле нормировано так, что  $|E_0|^2$  равно средней мощности света в пучке, деленной на  $\hbar\omega_0$ , т.е. среднему потоку фотонов. На верхнем рисунке — зависимость напряженности поля от времени и (справа) соответствующая полярная диаграмма. На нижнем — "огнивающая" поля. В случае сжатого света добавляется избыточная шумовая модуляция, антикоррелированная с вакуумной модуляцией, поэтому  $\Delta E$  уменьшается

Подчеркнем, что наглядное априорное представление ФШ на рис. 4 в виде шумовой АМ-модуляции когерентного поля не универсально. Например, от него мало пользы при описании эксперимента с дискретным детектированием, когда  $\delta \gg 1$  и измеряется статистика фотоотсчетов  $n_T$  за некоторый фиксированный интервал выборки  $T$ . Как уже отмечалось, числа  $n_T$  распределены по Пуассону, что трудно отобразить стохастической модуляцией амплитуды монохроматического поля. Это

пример характерной для квантовых моделей зависимости наглядных априорных представлений от типа используемой измерительной аппаратуры. Такая зависимость следует из копенгагенской трактовки квантовой механики. Другие примеры неадекватности рис. 4 даны при обсуждении рис. 5.

Найдем  $\Delta E$  исходя из формулы Шоттки для флуктуаций потока фотонов  $\Delta N = (N_0 \Delta \Omega / \pi)^{1/2}$ . Пусть  $E(t) = (E_0 + \Delta E) \cos(\omega_0 t)$ , тогда с учетом равного вклада магнитного поля мощность пучка, деленная на  $\hbar \omega_0$ , имеет вид  $N = cA(E_0^2 + 2E_0 \Delta E) / 8\pi \hbar \omega_0$ , где  $A$  — сечение пучка. Перенормируем напряженность поля:  $E \rightarrow E(8\pi \hbar \omega_0 / cA)^{1/2}$ , тогда  $N = E_0^2 + 2E_0 \Delta E$ . Теперь  $E$  имеет размерность  $c^{-1/2}$  и неопределенность амплитуды поля имеет вид

$$\Delta E = \frac{\Delta N}{2E_0} = \left( \frac{\Delta \Omega}{4\pi} \right)^{1/2}. \quad (2.1.3)$$

Относительные флуктуации амплитуды поля (глубина модуляции) в два раза меньше относительных флуктуаций мощности  $\delta$

$$\frac{\Delta E}{E_0} = \frac{\delta}{2} = \left( \frac{\Delta \Omega}{4\pi I_0} \right)^{1/2}. \quad (2.1.4)$$

Таким образом, глубина вакуумной модуляции зависит от полосы пропускания измерительной аппаратуры и от интенсивности света, т.е. она должна увеличиваться по мере поглощения части светового потока.

Как ясно из полярной диаграммы на рис. 4, кроме флуктуаций амплитуды имеют место также вакуумные флуктуации фазы (на рис. 4 им должны соответствовать флуктуации длины периода  $\Delta T = \Delta \phi / \omega_0$ , которые трудно отобразить при выбранных масштабах)

$$\Delta \phi = \frac{\Delta E}{E_0} = \left( \frac{\Delta \Omega}{4\pi N_0} \right)^{1/2} = \frac{\delta}{2}. \quad (2.1.5)$$

При выбранных выше параметрах имеем  $\Delta \phi = \pm 5 \times 10^{-4}$  рад.

Отсюда произведение неопределенностей потока фотонов и фазы равно эффективной полосе пропускания электроники в герцах

$$\Delta N \Delta \phi = \frac{\Delta \Omega}{2\pi}. \quad (2.1.6)$$

Отношение  $N$  к полосе в герцах имеет смысл числа фотонов в одной продольной моде  $n$  (до сих пор имелась в виду одна поперечная мода, т.е. пучок с радиусом меньшим радиуса когерентности). В результате (2.1.6) принимает обычную форму  $\Delta n \Delta \phi = 1$ .

В случае амплитудно-сжатого света "круг неопределенности" на рис. 4 превращается в эллипс и  $\Delta N$  уменьшается относительно стандартного квантового предела  $(N_0 \Delta \Omega / \pi)^{1/2}$  при соответствующем увеличении  $\Delta \phi$ .

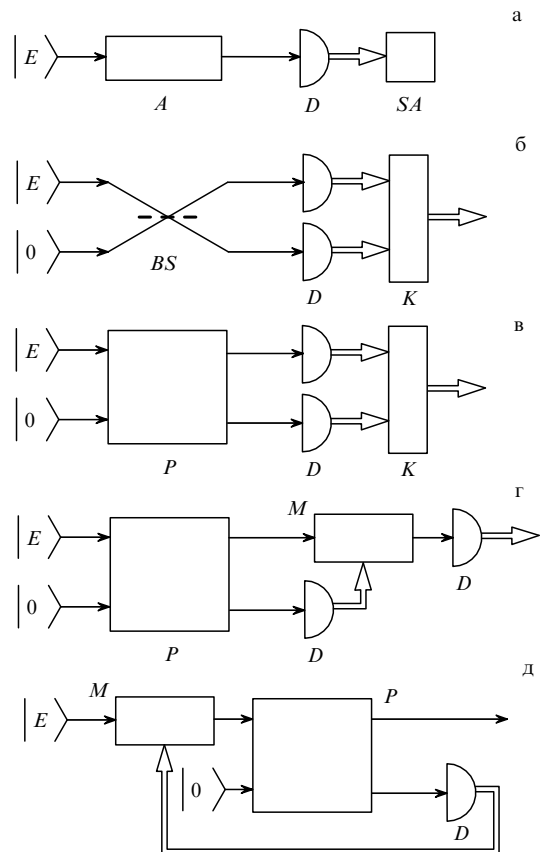
Обычно измеряется относительная величина — фактор Фано для спектральной плотности фототока  $F(\Omega) = \langle i^2(\Omega) \rangle / I_0$ , который в случае идеального лазера должен равняться единице,  $F(\Omega) = 1$  (при  $\Omega < \Delta \Omega$ ). Некогерентные (или модулированные шумом когерентные) источники света дают кроме ФШ еще избыточные

шумы, при этом  $F(\Omega) > 1$  (см. рис. 1) и фототок (и свет) называют суперпуассоновским. Субпуассоновский, или сжатый, свет дает при детектировании  $F(\Omega) < 1$  в некоторой полосе частот, при этом он называется неклассическим.

Рассмотрим далее несколько возможных экспериментальных схем, иллюстрирующих свойства ФШ и возможности его подавления с помощью ОС (рис. 5).

Схема на рис. 5а обнаруживает независимость связи  $\langle i^2(\Omega) \rangle = I_0$  от интенсивности света, которую можно уменьшать за счет поглощения. Это означает, что (в отсутствие ОС) глубина гипотетической "вакуумной" шумовой модуляции  $\Delta E / E_0 \cong 1 / \sqrt{T_0}$  (см. (2.1.4) и рис. 4) в результате поглощения увеличивается в отличие от обычной модуляции.

На рис. 5б исходный пучок света делится пополам на полупрозрачном зеркале и с помощью двух детекторов наблюдается корреляция флуктуаций интенсивности выходных пучков. Это устройство называют коррелометром Брауна–Твисса. Такой коррелометр обнаруживает лишь избыточную, классическую модуляцию, поэтому в случае когерентного состояния корреляции нет — опять в противоречии с наглядной "априорной" картиной на рис. 4. На фотонном языке отсутствие эффекта Брауна–Твисса в случае лазерного света наглядно объясняется хаотическим распределением на



**Рис. 5.** Схемы экспериментов для исследования и подавления ФШ.  $|E\rangle$  — когерентное состояние падающего поля (на первом входе схемы),  $|0\rangle$  — вакуумное состояние (на втором входе),  $A$  — поглотитель,  $D$  — детекторы,  $SA$  — спектроанализатор,  $BS$  — светоделитель,  $K$  — коррелометр,  $P$  — неразрушающий параметрический преобразователь,  $M$  — модулятор

светоделителе исходного пуассоновского потока фотонов. При этом два выходных пучка имеют независимые пуассоновские флуктуации.

Однако, если заменить полупрозрачное зеркало параметрическим "неразрушающим светоделителем" (рис. 5в), описанным ниже в разделе 2.5, то корреляция будет наблюдаться даже в случае лазерного света. Это утверждение следует из экспериментов, описанных в [27, 29], и подтверждается расчетом (см. (2.5.14)). Оно имеет важное значение для теории ФШ и свидетельствует о том, что токи обоих детекторов на рис. 5в несут информацию о ФШ исходного пучка света — вопреки апостериорной концепции! Можно сказать, что "неразрушающий светоделиТЕЛЬ" позволяет клонировать индивидуальную реализацию ФШ, изготовлять ее (усиленные) световые и электронные реплики.

Теперь естественно предположить, что если подать усиленный сигнал одного из детекторов не на коррелятор, а на модулятор, поставленный перед вторым детектором (рис. 5г), то можно подавить ФШ последнего, т.е. приготовить сжатый свет.

Но с другой стороны можно показать, что модулятор, управляемый классическим макроскопическим сигналом, не может превратить классический (несжатый) свет в неклассический. Парадокс разрешается предположением, что управляющий сигнал модулятора нельзя в данном случае считать классическим (раздел 3.5). Экспериментальное подтверждение подобных эффектов имело бы, по-видимому, принципиальное значение.

Естественная модификация схемы (рис. 5г) заключается в перестановке местами модулятора и "неразрушающего" светоделителя (рис. 5д). Эта схема будет подробно анализироваться в разделе 3.4. Обратим внимание, что схема на рис. 5д отличается от схемы на рис. 2 лишь заменой обычного светоделителя на "неразрушающий".

## 2.2. Флуктуация интенсивности света и фототока

Для количественного описания флуктуаций во времени надо учесть множество продольных мод (частотных компонент). Пучок света с одной поперечной модой описывается в некотором сечении *положительно-частотной* функцией следующего вида:

$$A(t) = (2\pi)^{-1/2} \int_0^{\infty} d\omega \exp(-i\omega t) a(\omega). \quad (2.2.1)$$

Здесь  $a(\omega)$  — оператор уничтожения фотона в продольной моде с частотой  $\omega$ . Полное поле имеет вид  $E(t) = A(t) + A^+(t)$ . Нас интересует квазимонохроматическое оптическое поле с центральной частотой  $\omega_0$  порядка  $10^{14}$  Гц и полосой частот  $\Delta\omega$ , ограниченной быстродействием электроники до величин, не превышающих  $10^9$  Гц, поэтому мы опустили в (2.2.1) подынтегральный множитель  $\sqrt{\omega}$ . При выбранной нормировке оператор  $N(t) = A^+(t)A(t)$  имеет смысл оператора потока энергии (мощности или интенсивности), деленной на  $\hbar\omega_0$  (т.е. потока, измеряемого в единицах *фотоны/с*). Поле в произвольном сечении пучка находится из (2.2.1) просто учетом запаздывания:  $t \rightarrow t - \tau$ .

Для описания динамики поля мы будем использовать представление Гейзенберга, так что наши формулы сохраняют свой вид при переходе к классическому

описанию (при этом под знаком эрмитова сопряжения "+" следует понимать знак комплексного сопряжения "\*"). Квантовая специфика проявляется лишь в некоммутативности операторов  $A, A^+$  и на последних стадиях расчета в способе усреднения. В квантовой версии оно производится по исходному состоянию поля  $|\psi\rangle$  на входе оптической системы. В классической оптике функция  $A(t)$  называется *аналитическим сигналом* и усреднение осуществляется с помощью некоторой функции распределения, описывающей статистику падающего поля.

Для выявления принципиальных аспектов теории фотодетектирования временно пренебрежем отличием квантовой эффективности детектора  $\eta$  от 1 и его инерцией ( $\Delta\Omega = \infty$ ). Будем полагать, что поверхность детектора меньше площади когерентности поля. Фиксируем некоторый интервал времени  $[0, T]$  и предположим вначале, что в этом интервале возникло определенное число импульсов  $n = n_T$  в некоторые моменты времени  $t_i$ ,  $0 \leq t_i < T$ ,  $i = 1, \dots, n$  (полагаем  $n$  и  $\{t_i\}$  независимыми случайными величинами). При этом условии наблюдаемый в некоторый момент времени  $t$  фототок представляется суммой из  $n$   $\delta$ -импульсов:

$$i_n(t) = \sum_{i=1}^n \delta(t - t_i). \quad (2.2.2)$$

Как обычно в физике, выражения с обобщенными функциями типа  $\delta(t)$  имеют смысл лишь при условии их последующего интегрирования с некоторой весовой функцией, в данном случае — с передаточной функцией электроники  $k(t)$ .

Формула (2.2.2) определяет наблюдаемую величину ( $c$ -число) через множество  $\{t_i\}$ . Статистику этого множества можно с помощью квантовой модели процесса фотоионизации атомов детектора выразить через набор нормально-упорядоченных функций корреляции свободного поля [31]:

$$\begin{aligned} \langle A^+(t)A(t) \rangle &\equiv \langle N(t) \rangle \equiv G_1(t), \\ \langle A^+(t)A^+(t')A(t)A(t') \rangle &\equiv \langle :N(t)N(t') : \rangle \equiv G_2(t, t') \end{aligned} \quad (2.2.3)$$

и т.д. Здесь  $A(t)$  — гейзенберговские операторы поля на поверхности детектора ( $q$ -числа), которые связаны с операторами поля на входе линейной оптической системы классическими (феноменологическими) функциями Грина [33]; двоеточия обозначают операцию нормального упорядочения. Усреднение производится по некоторому начальному состоянию поля, определяемому свойствами источника света. Таким образом, некоторые произведения операторов оказываются *наблюдаемыми*. В результате устанавливается связь  $q \rightarrow c$  между  $q$ - и  $c$ -числами — необходимый этап в любой квантовой модели, описывающей эксперимент. Далее можно использовать хорошо разработанную теорию систем случайных точек.

Аналогичные по форме связи между стохастическим полем и фототоком постулируются и в полуклассической теории фотодетектирования.

Принципиальным моментом здесь является заложенное в (2.2.2) предположение о дискретном характере передачи информации  $q \rightarrow c$ , которое и обуславливает дробовой (пуассоновский) шум фототока в случае коге-



рентного состояния поля. Наглядно это представляется полностью случайным распределением фотонов во времени. В полуклассической теории фотонов нет и именно эта "дискретизация", оправдываемая дискретностью заряда, дает дробовой шум, а флуктуации интенсивности поля могут лишь увеличить флуктуации тока, внести "избыточные" шумы (при отсутствии ОС). В то же время в квантовой теории возможны состояния поля, в котором избыточные шумы дают отрицательный вклад и компенсируют пуассоновские флуктуации. Наглядно это соответствует регулярному распределению фотонов во времени (*антигруппировка фотонов*).

Заметим, что наше описание применимо и к другим типам фотодетекторов, например, основанным на тепловом действии света. При этом (2.2.2) определяет (в единицах  $\hbar\omega_0$ ) передаваемую мощность и энергию. Отсюда ясно, что в квантовой теории дискретность заряда не играет принципиального значения для возникновения дробового шума, шум формально возникает в результате постулирования дискретности связи  $q \rightarrow c$ .

Из (2.2.2) находим функцию корреляции тока

$$\begin{aligned} \overline{i_n(t)i_n(t+\tau)} &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \overline{\delta(t-t_i)\delta(t-t_j+\tau)} = \\ &= \delta(\tau) \sum_{i=1}^n \overline{\delta(t-t_i)} + \sum_{i \neq j}^n \overline{\delta(t-t_i)\delta(t-t_j+\tau)}. \end{aligned} \quad (2.2.4)$$

Выделенная в последнем равенстве диагональная часть двойной суммы, зависящая от автосвертки импульса тока, дает "белый" шум, вызванный дискретностью процесса. Недиагональная часть описывает изменения, связанные с возможной закономерностью в расположении моментов  $\{t_i\}$  на оси времени ("группировка" или "антигруппировка" точек  $t_i$ ).

Горизонтальная черта в (2.2.4) означает классическое усреднение по распределению времен  $\{t_i\}$

$$\begin{aligned} \overline{f(t_i)} &= \int_0^T dt_i f(t_i) w_1(t_i), \\ \overline{f(t_i, t_j)} &= \int_0^T \int_0^T dt_i dt_j f(t_i, t_j) w_2(t_i, t_j). \end{aligned} \quad (2.2.5)$$

Здесь  $w_k(t_1, \dots, t_k)$  — плотности распределения, определяющие вероятности попадания  $k$  точек в малые окрестности около моментов времени  $t_1, \dots, t_k$ . При этом не исключается появление других точек в рассматриваемом интервале, т.е. условие  $k = n$  не накладывается. Очевидно, что  $w_k(t_1, \dots, t_k) = 0$  при  $k > n$ . В более общем случае вводятся также условные распределения  $w_k(t_1, \dots, t_k | n)$  с  $k = n$  (см. [21]).

Согласно [31]  $w_k$  пропорциональны определенным в (2.2.3) нормально-упорядоченным функциям корреляции  $G_k$  (поле считаем стационарным)

$$w_1(t) = \frac{G_1}{C_1}, \quad w_2(t, t') = \frac{G_2(t-t')}{C_2}, \dots \quad (2.2.6)$$

Здесь  $C_k$  — нормировочные константы. Полагая в (2.2.5)  $f = 1$  при  $T \gg \tau_{\text{coh}}$ ,  $T \gg 1/G_1$  (здесь  $\tau_{\text{coh}}$  — масштаб времени, при котором  $G_2(\tau)$  заметно отличается от

$G_2(\infty) = G_1^2$ ) находим

$$\begin{aligned} C_1 &= \int_0^T dt G_1 = TG_1 = \langle n \rangle, \\ C_2 &= \int_0^T \int_0^T dt dt' G_2(t-t') \approx (TG_1)^2 = \langle n \rangle^2. \end{aligned} \quad (2.2.7)$$

Таким образом, при  $i \neq j$

$$\begin{aligned} \overline{\delta(t-t_i)\delta(t-t_j+\tau)} &= \\ &= \langle n \rangle^2 \int_0^T \int_0^T dt_i dt_j G_2(t_i-t_j)\delta(t-t_i)\delta(t-t_j+\tau) = \frac{G_2(\tau)}{\langle n \rangle^2}, \end{aligned} \quad (2.2.8)$$

так что (2.2.4) принимает вид

$$\overline{i_n(t)i_n(t+\tau)} = \frac{\delta(\tau)G_1n}{\langle n \rangle} + \frac{G_2(\tau)n(n-1)}{\langle n \rangle^2}. \quad (2.2.9)$$

Усредним теперь (2.2.9) по  $n$  при  $T \rightarrow \infty$ . Полагая  $\langle n^2 \rangle \approx \langle n \rangle^2 \gg \langle n \rangle$ , находим

$$\begin{aligned} \overline{i(t)i(t+\tau)} &= G_1\delta(\tau) + G_2(\tau) = \\ &= \langle N \rangle \delta(\tau) + \langle :N(t)N(t+\tau): \rangle. \end{aligned} \quad (2.2.10)$$

Таким образом, классическая функция корреляции тока и квантовая нормально-упорядоченная функция корреляции интенсивности поля отличаются лишь слагаемым  $G_1\delta(\tau)$ , описываемым "белый" дробовой шум.

Используя соотношение  $[A(t), A^+(t')] = \delta(t-t')$  (которое следует из (2.2.1)) можно представить (2.2.10) в виде

$$\begin{aligned} \overline{i(t)i(t+\tau)} &= G_2'(\tau) \equiv \langle A^+(t)A(t)A^+(t+\tau)A(t+\tau) \rangle \equiv \\ &\equiv \langle N(t)N(t+\tau) \rangle. \end{aligned} \quad (2.2.11)$$

В случае идеального лазерного света, описываемого когерентным состоянием  $|E_0\rangle$ , избыточных флуктуаций нет ( $G_2 = \langle N \rangle^2 = \bar{i}^2$ ), так что ФШ определяется из

$$\overline{i(t)i(t+\tau)} - \bar{i}^2 = \langle N \rangle \delta(\tau) = \langle N \rangle [A(t), A^+(t+\tau)]. \quad (2.2.11a)$$

Здесь явно видна связь между ФШ и некоммутативностью операторов поля.

Итак, в случае идеального детектора классическая функция корреляции тока (измеряемая при усреднении по времени) дублирует согласно (2.2.11) квантовую *неупорядоченную* функцию корреляции интенсивности поля  $G_2'$ . Проведенные выкладки позволили выявить связи между некоммутативностью операторов поля, дискретным характером передачи информации  $q \rightarrow c$  и наблюдаемым дробовым (фотонным) шумом.

Подчеркнем принципиальное различие физического смысла двух слагаемых в (2.2.10), описывающих ФШ и избыточный шум: в то время как  $G_1\delta(\tau)$  имеет нулевое время корреляции, характерный масштаб  $\tau_{\text{coh}}$  изменения  $G_2(\tau)$  (время корреляции или когерентности второго порядка) конечен и зависит от особенностей источника света. В случае источников сжатого света вклад второго

слагаемого в спектральную плотность может быть отрицателен, так что ФШ компенсируется, но лишь в ограниченном сверху интервале частот порядка  $1/\tau_{\text{coh}}$ . При этом можно, очевидно, полагать, что дробовой и избыточный стохастические сигналы антикоррелированы (имеют обратные знаки). Эта наглядная картина "механизма" сжатия ФШ получает реальное воплощение при использовании отрицательной ОС (см. раздел 3).

Учет неединичной квантовой эффективности детектора при отсутствии ОС производится простой заменой  $A \rightarrow A\sqrt{\eta}$  в нормально-упорядоченных выражениях [33]:

$$\overline{i(t)i(t+\tau)} = \eta G_1 \delta(\tau) + \eta^2 G_2(\tau) = I_0 \delta(\tau) + \eta^2 G_2(\tau) \quad (2.2.12)$$

(здесь  $I_0 = \overline{i}$ ). Фурье-преобразование этого выражения при учете передаточной функции электроники  $k(\Omega)$  дает спектральную плотность флуктуаций тока на частоте  $\Omega$ :

$$\begin{aligned} \overline{i^2(\Omega)} &= |k(\Omega)|^2 \int d\tau \exp(i\Omega\tau) \langle i(t)i(t+\tau) \rangle = \\ &= |k(\Omega)|^2 [I_0 + \eta^2 G_2(\Omega)]. \end{aligned} \quad (2.2.13)$$

Здесь  $G_2(\Omega)$  — спектр флуктуаций интенсивности света.

Отсюда при  $k = 1$  находим связь факторов Фано для тока и света

$$F_i(\Omega) - 1 = \eta [F_N(\Omega) - 1]. \quad (2.2.14)$$

На основании (2.2.13), (2.2.14) по измеренным флуктуациям фототока обычно судят о флуктуациях интенсивности света, о его супер- или субпуассоновском характере.

ОС нарушает полученные соотношения. В "полуклассической" теории это объясняется зависимостью вероятности появления очередной точки  $t_n$  от предыдущих событий  $\{t_i\}$ ,  $t_i < t_n - \tau$ , где  $\tau$  — задержка в цепи ОС [14, 15, 21]. Учет ОС в квантовой теории будет описан в разделе 3.

В следующих разделах классическое (экспериментальное) и квантовое усреднение будут обозначаться единым символом  $\langle \dots \rangle$ .

### 2.3. Когерентный свет со слабой модуляцией

Пусть одна мода с частотой  $\omega_0$  находится в когерентном состоянии с большой амплитудой  $E$ :  $|\psi\rangle_0 = |E\rangle_0$ , а остальные моды — в произвольных состояниях, тогда положительно-частотную часть поля можно представить в виде

$$E(t) = E \exp(-i\omega_0 t) + A(t). \quad (2.3.1)$$

Теперь оператор  $A(t)$  и его фурье-образ  $A(\omega)$  описывают все остальные моды, которые полагаем слабо возбужденными по сравнению с центральной модой (символически:  $A(t) \ll E$ ). При этом удобно считать "слабое" поле  $A(t)$  модулирующим, а компоненту  $E \exp(-i\omega_0 t)$  — несущей (конечно, такая точка зрения имеет смысл лишь при  $\Delta\Omega \ll \omega_0$ ). Фиксированную комплексную амплитуду  $E$  можно полагать  $c$ -числом.

Чтобы выделить сигналы амплитудной (АМ) и фазовой (ФМ) модуляции, введем "медленные" (радиочастотные) эрмитовы операторы  $Q(t)$  и  $P(t)$  (их назы-

вают 1-й и 2-й квадратурами поля):

$$\begin{aligned} Q(t, \phi) &\equiv \frac{A(t) \exp(i\omega_0 t - i\phi) + A^+(t) \exp(-i\omega_0 t + i\phi)}{\sqrt{2}}, \\ P(t, \phi) &\equiv -\frac{A(t) \exp(i\omega_0 t - i\phi) - A^+(t) \exp(-i\omega_0 t + i\phi)}{i\sqrt{2}} = \\ &= Q\left(t, \phi + \frac{\pi}{2}\right). \end{aligned} \quad (2.3.2)$$

Вообще, здесь  $\phi$  — произвольная фаза, но при описании модуляции когерентного поля с амплитудой  $E$  следует полагать  $\phi = \arg(E)$ , тогда  $Q(t, \phi)$  и  $P(t, \phi)$  пропорциональны соответственно сигналам АМ и ФМ (рис. 6). Обратные преобразования имеют вид

$$\begin{aligned} A(t) &= \frac{[Q(t) + iP(t)] \exp(-i\omega_0 t + i\phi)}{\sqrt{2}}, \\ A^+(t) &= \frac{[Q(t) - iP(t)] \exp(i\omega_0 t - i\phi)}{\sqrt{2}}. \end{aligned} \quad (2.3.3)$$

Таким образом, в классической теории  $Q(t)$  и  $P(t)$  — вещественная и мнимая части "медленной" комплексной амплитуды  $A(t) \exp(i\omega_0 t)$  (которая "почти" неподвижна во вращающейся с частотой  $\omega_0$  системе координат); в квантовой теории атрибуты *вещественная* и *мнимая* заменяются на *эрмитова* и *антиэрмитова*. Полное поле имеет вид

$$\begin{aligned} E(t) + E^+(t) &= [|E| + \sqrt{2} Q(t) + i\sqrt{2} P(t)] \exp(-i\omega_0 t + i\phi) + \\ &+ [|E| + \sqrt{2} Q(t) - i\sqrt{2} P(t)] \exp(i\omega_0 t - i\phi). \end{aligned} \quad (2.3.3a)$$

Удобно определить также проекции сигнала  $Q(t, \phi)$  (который является вектором на комплексной плоскости) на некоторые базисные оси (см. рис. 6):  $Q(t, 0) \equiv Q(t)$ ,  $P(t, 0) \equiv P(t)$ . При этом

$$\begin{aligned} Q(t, \phi) &= Q(t) \cos \phi + P(t) \sin \phi, \\ P(t, \phi) &= -Q(t) \sin \phi + P(t) \cos \phi. \end{aligned} \quad (2.3.4)$$

Отличные от нуля коммутаторы операторов поля имеют вид

$$\begin{aligned} [A(t), A^+(t')] &= \delta(t - t'), \quad [Q(t), P(t')] = i\delta(t - t'), \\ [Q(t, \phi), Q(t', \phi')] &= i \sin(\phi' - \phi) \delta(t - t'). \end{aligned} \quad (2.3.5)$$

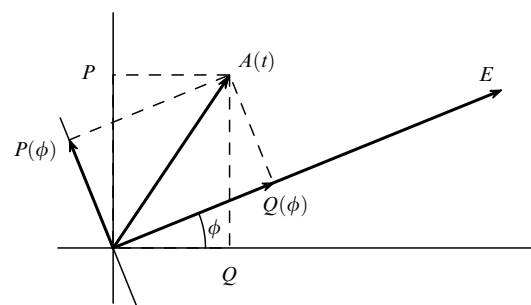


Рис. 6. Монохроматическое поле с амплитудой  $E$  и слабое поле  $A(t)$  можно представить как модулированное поле. Проекции  $Q(\phi)$  и  $P(\phi)$  описывают АМ и ФМ соответственно ( $\phi$  — фаза монохроматического поля)

Перейдем к спектральному представлению. Обозначим

$$a(\Omega) \equiv a(\omega_0 + \Omega) \equiv (2\pi)^{-1/2} \int dt \exp[i(\omega_0 + \Omega)t] A(t),$$

$$q(\Omega, \phi) \equiv (2\pi)^{-1/2} \int dt \exp(i\Omega t) Q(t, \phi) \quad (2.3.6)$$

(здесь  $|\Omega| \ll \omega_0$  и случай  $\Omega = 0$  исключается), тогда

$$q(\Omega, \phi) = q^+(-\Omega, \phi) = \frac{a(\Omega) \exp(-i\phi) + a^+(-\Omega) \exp(i\phi)}{\sqrt{2}} = q(\Omega) \cos \phi + p(\Omega) \sin \phi,$$

$$q(\Omega) = \frac{a(\Omega) + a^+(-\Omega)}{\sqrt{2}}, \quad p(\Omega) = -\frac{a(\Omega) - a^+(-\Omega)}{i\sqrt{2}},$$

$$a(\Omega) = \frac{[q(\Omega, \phi) + ip(\Omega, \phi)] \exp(i\phi)}{\sqrt{2}},$$

$$a^+(\Omega) = \frac{[q(-\Omega, \phi) - ip(-\Omega, \phi)] \exp(-i\phi)}{\sqrt{2}}. \quad (2.3.7)$$

При этом из (2.3.5) следует

$$[q(\Omega, \phi), q(\Omega', \phi')] = i \sin(\phi' - \phi) \delta(\Omega + \Omega'),$$

$$[q(\Omega), q(\Omega')] = [p(\Omega), p(\Omega')] = 0,$$

$$[q(\Omega), p(\Omega')] = i\delta(\Omega + \Omega'),$$

$$[q(\Omega), p^+(\Omega')] = i\delta(\Omega - \Omega'),$$

$$[a(\Omega), a^+(\Omega')] = \delta(\Omega - \Omega'). \quad (2.3.8)$$

В дальнейшем частотный аргумент будет часто опускаться:  $q \equiv q(\Omega)$ ,  $p \equiv p(\Omega)$ ,  $a \equiv a(\Omega)$ ,  $q^+ = q(-\Omega)$ ,  $p^+ = p(-\Omega)$ .

В классической теории можно полагать некоторые или все компоненты поля равными нулю. Например, при гармонической АМ с некоторой частотой  $\Omega_1$  отлична от нуля лишь одна квадратура  $q(\Omega_1, \phi)$ . Однако в квантовой теории такое предположение недопустимо, так как нарушает коммутационные соотношения (2.3.8). Чтобы избежать этого, каждое преобразование оператора  $q \rightarrow \gamma q$  должно сопровождаться согласованным преобразованием  $p \rightarrow p/\gamma$  (условие унитарности преобразования). Иначе говоря, ФШ всегда дает некоторую минимальную шумовую АМ и ФМ, причем произведение коэффициентов модуляции постоянно: можно уменьшить (увеличить) амплитудный ФШ лишь ценой соответствующего увеличения (уменьшения) фазового ФШ (исключение из этого правила будет рассмотрено в разделе 3.2. Если слабое поле находится в состоянии вакуума, то глубины АМ и ФМ одинаковы, а в случае квадратурно-сжатого света различны).

Кроме неизбежной квантовой шумовой модуляции может иметь место, конечно, и "когерентная" модуляция детерминированным сигналом. Например, при гармонической АМ  $\langle q(\Omega_1, \phi) \rangle \neq 0$ . Возможны также биения двух когерентных компонент — комбинация АМ и ФМ.

Найдем оператор интенсивности пучка  $E^+(t)E(t)$ . Опуская постоянную часть  $|E|^2$  и пренебрегая слабым вкладом  $A^+(t)A(t)$ , получаем переменную часть интен-

сивности в виде

$$N(t) \equiv E^* A(t) \exp(i\omega_0 t) + EA^+(t) \exp(-i\omega_0 t) = \sqrt{2} |E| Q(t, \phi), \quad (2.3.9)$$

где  $\phi = \arg(E)$ . Таким образом, оператор  $Q(t, \phi)$ , умноженный на  $\sqrt{2}|E|$ , имеет смысл оператора *огубающей* или АМ-сигнала (это справедливо лишь в линейном приближении по  $Q/E$ ). Следовательно, переменная часть фототока аналогового фотодетектора должна определяться оператором  $Q(t, \phi)$ .

Аналогичный сигнал, описывающий фазовую модуляцию, имеет вид

$$N'(t) = \sqrt{2} |E| Q\left(t, \phi + \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{2} |E| P(t, \phi). \quad (2.3.9a)$$

В спектральном представлении имеем

$$N(\Omega) = E^* a(\Omega) + Ea^+(-\Omega) = \sqrt{2} |E| q(\Omega, \phi),$$

$$N'(\Omega) = -i[E^* a(\Omega) - Ea^+(-\Omega)] = \sqrt{2} |E| p(\Omega, \phi). \quad (2.3.9б)$$

Формулы (2.3.9) описывают сигнал на выходе идеального ( $\eta = 1$ ) гомодинного фотодетектора с амплитудой когерентного поля  $E$ . Итак, мы представили суперпозицию сильного поля в когерентном состоянии и слабого произвольного поля (включая "вакуумный" шум), как *модулированное* поле (см. рис. 4).

Рассмотрим теперь флуктуации слабого поля. Стационарное поле описывается спектральной плотностью  $n(\Omega)$ , которая определяется соотношением  $\langle a^+(\Omega)a(\Omega') \rangle = n(\Omega)\delta(\Omega - \Omega')$ . Таким образом,  $n(\Omega)$  — безразмерный коэффициент при  $\delta$ -функции. Кроме того, в случае квадратурно-сжатого света отличен от нуля также аномальный коррелятор  $m(\Omega) = m(-\Omega)$ , определяемый из  $\langle a(\Omega)a(\Omega') \rangle = m(\Omega)\delta(\Omega + \Omega')$ . При этом поле периодически нестационарно: его свойства изменяются с периодом  $(2\pi/\omega_0)/2$ . Введем следующие обозначения для спектральных плотностей квадратур

$$\langle q^2(\Omega) \rangle \equiv \langle q^+(\Omega)q(\Omega) \rangle \equiv \frac{\langle q(\Omega)q(\Omega') \rangle}{\delta(\Omega + \Omega')},$$

$$\langle p^2(\Omega) \rangle \equiv \langle p^+(\Omega)p(\Omega) \rangle \equiv \frac{\langle p(\Omega)p(\Omega') \rangle}{\delta(\Omega + \Omega')},$$

$$\langle q(\Omega)p^+(\Omega) \rangle \equiv \langle p(\Omega)q^+(\Omega) \rangle^* \equiv \frac{\langle q(\Omega)p(\Omega') \rangle}{\delta(\Omega + \Omega')},$$

$$\langle p(\Omega)q^+(\Omega) \rangle \equiv \langle q(\Omega)p^+(\Omega) \rangle^* \equiv \frac{\langle p(\Omega)q(\Omega') \rangle}{\delta(\Omega + \Omega')}.$$

В Приложении показано, что имеет место соотношение неопределенностей для спектральных плотностей квадратур (полагаем  $\langle q \rangle = \langle p \rangle = 0$ )

$$\langle q^2(\Omega) \rangle \langle p^2(\Omega) \rangle \geq |\langle q(\Omega)p^+(\Omega) \rangle|^2 \geq \frac{1}{4}. \quad (2.3.10)$$

Состояния поля, при которых выполняется равенство, называются *состояниями с минимальной неопределенностью*.

С помощью (2.3.7) находим вторые моменты квадратур

$$\begin{aligned} 2\langle q^2(\Omega) \rangle &= n(\Omega) + n(-\Omega) + 1 + 2 \operatorname{Re} (m(\Omega)), \\ 2\langle p^2(\Omega) \rangle &= n(\Omega) + n(-\Omega) + 1 - 2 \operatorname{Re} (m(\Omega)), \\ 2\langle q(\Omega) p^+(\Omega) \rangle &= 2 \operatorname{Im} (m(\Omega)) + i[n(\Omega) - n(-\Omega) + 1], \\ 2\langle p^+(\Omega) q(\Omega) \rangle &= 2 \operatorname{Im} (m(\Omega)) + i[n(\Omega) - n(-\Omega) - 1]. \end{aligned} \quad (2.3.11)$$

Отсюда следует, что  $\langle q^2(\Omega) \rangle$  и  $\langle p^2(\Omega) \rangle$  — четные вещественные функции  $\Omega$ . Обратные преобразования имеют вид

$$\begin{aligned} n(\Omega) + 1 &= \langle a(\Omega) a^+(\Omega) \rangle = \\ &= \frac{1}{2} [\langle q^2(\Omega) \rangle + \langle p^2(\Omega) \rangle + 2 \operatorname{Im} \langle q(\Omega) p^+(\Omega) \rangle], \\ n(-\Omega) &= \langle a(-\Omega)^+ a(-\Omega) \rangle = \\ &= \frac{1}{2} [\langle q^2(\Omega) \rangle + \langle p^2(\Omega) \rangle - 2 \operatorname{Im} \langle q(\Omega) p^+(\Omega) \rangle], \\ m(\Omega) &= \langle a(\Omega) a(-\Omega) \rangle = \\ &= \frac{1}{2} [\langle q^2(\Omega) \rangle - \langle p^2(\Omega) \rangle + 2i \operatorname{Re} \langle q(\Omega) p^+(\Omega) \rangle]. \end{aligned} \quad (2.3.11a)$$

Параметр  $m$  описывает *квадратурное сжатие*: например, при  $m = m^* > 0$  глубина шумовой АМ превышает ФМ, а при  $m < 0$  ФМ больше АМ (рис. 7ж, з). В случае вакуумного слабого поля  $n = m = 0$ ,  $\langle q^2 \rangle = \langle p^2 \rangle = -i\langle qp^+ \rangle = -i\langle pq^+ \rangle = 1/2$ .

Слагаемые  $1/2$  ("нулевые флуктуации") в (2.3.11) появились из-за некоммутативности операторов поля. В классической теории, а также в квантовой при усреднении нормально-упорядоченных операторов типа  $a^+a$  или  $:q^2: \equiv q^2 - 1/2$ , эти слагаемые отсутствуют. Именно они и описывают наблюдаемый ФШ, т.е. квантовые флуктуации при измерении потока энергии, возникающие в детекторах даже при вакуумном слабом поле, когда  $n = m = 0$ . Формально ФШ можно определить через разности между симметризованными и нормально-упорядоченными произведениями операторов  $A$  и  $A^+$

$$q^2 - :q^2: = \frac{1}{2} [a(\Omega), a^+(\Omega)] = \frac{1}{2}. \quad (2.3.12)$$

Полный шум за вычетом ФШ называют *избыточным шумом*. Он пропорционален  $2:q^2(\Omega): = n(\Omega) + n(-\Omega) + 2 \operatorname{Re}(m(\Omega))$ . В случае сжатого света эта величина может быть отрицательной.

Из (2.3.9) следует, что в рассматриваемом линейном по  $A/E$  приближении флуктуации интенсивности  $N$  (4-й момент полного поля) пропорциональны флуктуациям квадратуры  $q$  (2-му моменту слабого поля), что существенно упрощает расчеты:

$$\langle N^2(\Omega) \rangle = 2|E|^2 \langle q^2(\Omega, \phi) \rangle. \quad (2.3.13)$$

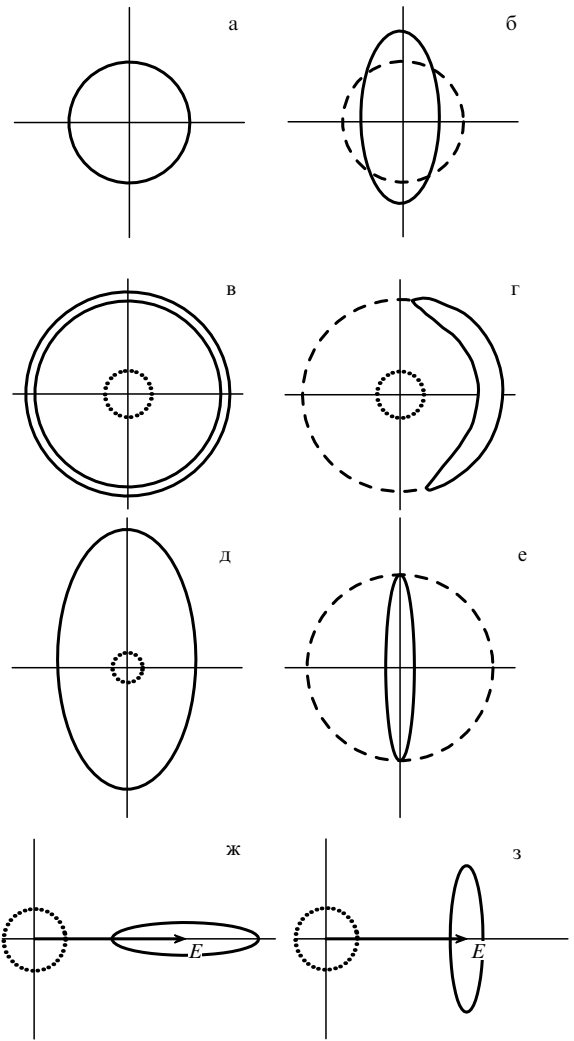


Рис. 7. Различные типы сжатого света: (а) вакуум, (б) сжатый вакуум, (в) энергетически-сжатый, (г) амплитудно-сжатый, (д) классически-сжатый, (е) "сверхсжатый", (ж) и (з) квадратурно-сжатый вакуум

Удобной мерой относительной величины флуктуаций является фактор Фано

$$\begin{aligned} F(\Omega, \phi) &\equiv \frac{\langle N^2(\Omega) \rangle}{|E|^2} = \\ &= 1 + n(\Omega) + n(-\Omega) + 2 \operatorname{Re} [m(\Omega) \exp(i2\phi)]. \end{aligned} \quad (2.3.14)$$

Фурье-образ функции  $F$  имеет смысл функции корреляции АМ-сигнала:

$$\langle Q(t) Q(t') \rangle = \frac{1}{2\pi} \int d\Omega \exp[-i\Omega(t - t')] \langle q^2(\Omega) \rangle. \quad (2.3.15)$$

При  $F = 1$  имеем пуассоновскую спектральную плотность:  $\langle N^2(\Omega) \rangle = |E|^2$ , при  $F < 1$  — субпуассоновскую и при  $F > 1$  — суперпуассоновскую (см. рис. 1). Избыточный шум описывается функцией  $F(\Omega) - 1$ .

При поглощении, разделении или детектировании пучка света  $F - 1$  умножается на коэффициент передачи  $T$  или  $\eta$ . Иначе говоря, поглощение (диссипация энергии) влияет лишь на избыточный шум, а ФШ остается неизменным. В результате при поглощении или усиле-

нии "непуассоновость" флуктуаций, характеризуемая величиной  $|F - 1|$ , всегда должна, казалось бы, уменьшаться. Исключение из этого правила будет обсуждаться в разделе 3.3.

Пусть  $2\phi + \arg(m) = \pi$  и  $n(\Omega) = n(-\Omega)$ , тогда (2.3.14) принимает вид

$$F(\Omega) = 1 + 2[n(\Omega) - m(\Omega)]. \quad (2.3.16)$$

Следовательно, при "вакуумной" модуляции, когда  $n = m = 0$ , имеем  $F = 1$ , а слабое стационарное поле с интенсивностью  $n(\Omega) = n(-\Omega) \equiv n$  и  $m = 0$  дает сверхпуассоновские шумы  $F = 1 + 2n$ . Чтобы получить субпуассоновские шумы необходимо  $m > n$ . В классической теории это условие невозможно выполнить, так как оно противоречит неравенству Коши–Шварца (см. Приложение). Однако в квантовой теории такого ограничения нет. В разделе 2.5 будет показано, что с помощью параметрического преобразования пучка света его можно сделать субпуассоновским.

Заметим, что классическое ограничение  $F > 1$  относится только к фактору Фано *поля*, который выражается через корреляторы амплитуд поля согласно (2.3.16). Для фактора Фано *тока* такого ограничения нет, так что, например, сглаживание флуктуаций тока RC-цепочкой ниже пуассоновского уровня  $F = 1$  не является, конечно, квантовым эффектом.

#### 2.4. Преобразование ФШ светоделителем

Рассмотрим преобразование (смещение) двух пучков света, отличающихся направлением (или поляризацией), с помощью полупрозрачного зеркала (или поляризационной призмы). При отсутствии потерь и дисперсии преобразование описывается вещественными коэффициентами пропускания и отражения  $u \equiv \sqrt{T}$ ,  $v \equiv \sqrt{R}$ , причем  $T + R = 1$ . Выходные поля имеют вид

$$E'_1(t) = uE_1(t) + vE_2(t), \quad E'_2(t) = -vE_1(t) + uE_2(t). \quad (2.4.1)$$

Преобразованные компоненты отмечаются штрихами. Это преобразование сохраняет поток энергии:  $N'_1 + N'_2 = N_1 + N_2$  (здесь  $N = E^+(t)E(t)$  — полная интенсивность). Аналогичные линейные связи имеют место для амплитуд когерентных полей  $E_k$  и для квадратур  $Q_k(t, \phi)$ :

$$\begin{aligned} E'_1 &= uE_1 + vE_2, & Q'_1(t, \phi) &= uQ_1(t, \phi) + vQ_2(t, \phi), \\ E'_2 &= -vE_1 + uE_2, & Q'_2(t, \phi) &= -vQ_1(t, \phi) + uQ_2(t, \phi). \end{aligned} \quad (2.4.2)$$

Выходные сигналы согласно (2.3.9) равны

$$\begin{aligned} N'_1(t) &= \sqrt{2} |E'_1| Q'_1(t, \phi'_1), \\ N'_2(t) &= \sqrt{2} |E'_2| Q'_2(t, \phi'_2), \end{aligned} \quad (2.4.3)$$

В случае гомодинного детектирования исследуемый свет поступает, например, на вход 1 ( $E_1 = 0$ ), а когерентное поле  $E_2$  — на вход 2 (рис. 8). Пусть  $E_2 = E_2^*$ , тогда

$$\begin{aligned} N'_1 &= \sqrt{2} E_2 (RQ_2 + \sqrt{TR} Q_1), \\ N'_2 &= \sqrt{2} E_2 (TQ_2 - \sqrt{TR} Q_1), \end{aligned} \quad (2.4.4)$$

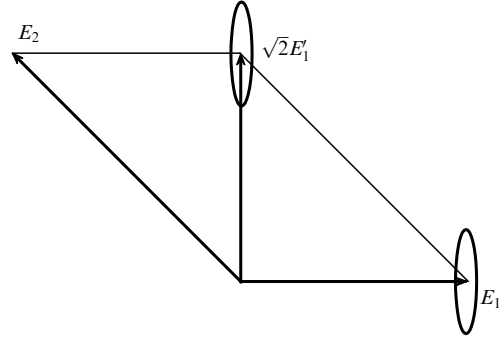


Рис. 8. Преобразование фазовой модуляции поля  $E_1$  в амплитудную модуляцию выходного поля  $E'_1$  с помощью светоделителя и гомодинного поля  $E_2$  с подходящей фазой и амплитудой

т.е. за счет знака "минус" в (2.4.1) сигнал  $Q_1$  модулирует выходные когерентные поля в "противофазе", а шумы гетеродина  $Q_2$  — в "фазе". Отсюда

$$\begin{aligned} N'_1(t) + N'_2(t) &= \sqrt{2} E_2 Q_2(t) = N_2(t), \\ TN'_1(t) - RN'_2(t) &= \sqrt{2TR} E_2 Q_1(t). \end{aligned} \quad (2.4.5)$$

Таким образом, сумма выходных сигналов не зависит от входного сигнала  $Q_1$ , а их взвешенная разность — от шума  $Q_2$ , модулирующего когерентное (гомодинное) поле. Последнее обстоятельство позволяет уменьшить влияние паразитной модуляции лазерного поля  $E_2$  в гомодинных приемниках [34, 35], что очень важно, в частности, при исследовании квадратурно-сжатого света.

Пусть теперь в обоих входных каналах имеются когерентные компоненты с одинаковыми частотами, причем поле в канале 1 имеет только фазовую модуляцию,  $\langle P_1(t) \rangle \neq 0$ , а поле в канале 2 содержит лишь когерентную компоненту  $E_2$ , которая играет роль гомодинного поля. Ясно, что, подбирая фазу поля  $E_2$ , можно преобразовать ФМ в АМ, т.е. устройство может служить фазовым детектором с выходным фототоком  $\langle N'_1 \rangle$ , пропорциональным  $\langle P_1(t) \rangle$ . При другой фазе гомодина получим амплитудный детектор, измеряющий  $\langle Q_1(t) \rangle$ . В случае сжатого света, изменяя амплитуду и фазу гомодинного поля  $E_2$ , можно перемещать и вращать эллипс неопределенности для выходного поля (см. рис. 8).

Таким образом, можно измерять одну из квадратур по выбору, однако невозможно измерять одним детектором одновременно две квадратуры. В квантовой теории это заключение, которое связывают с некоммутативностью операторов квадратур, играет принципиальную роль. В разделе 2.5 будет рассмотрен реалистичный способ получения информации о квадратуре  $Q_1$  какой-либо моды без возмущения этой квадратуры ("неразрушающее" или QND-измерение).

Рассмотрим далее преобразование светоделителем дисперсий квадратур. Согласно (2.4.2) для произвольных частоты  $\Omega$  и угла  $\phi$

$$\begin{aligned} \langle (q'_1)^2 \rangle &= T\langle q_1^2 \rangle + R\langle q_2^2 \rangle + 2uv \operatorname{Re}\langle q_1 q_2^+ \rangle, \\ \langle (q'_2)^2 \rangle &= R\langle q_1^2 \rangle + T\langle q_2^2 \rangle - 2uv \operatorname{Re}\langle q_1 q_2^+ \rangle, \\ \langle q'_1 (q'_2)^+ \rangle &= T\langle q_1 q_2^+ \rangle - R\langle q_2 q_1^+ \rangle + uv(\langle q_2^2 \rangle - \langle q_1^2 \rangle). \end{aligned} \quad (2.4.6)$$

Здесь  $q \equiv q(\Omega, \phi)$ ,  $q^+ \equiv q(-\Omega, \phi)$ ,  $\langle q^2 \rangle \equiv \langle qq^+ \rangle = \langle q^+ q \rangle$ . Складывая первые два равенства, находим, что сумма дисперсий квадратур сохраняется (независимо от возможной корреляции  $q_1$  и  $q_2$ )

$$\langle (q_1')^2 \rangle + \langle (q_2')^2 \rangle = \langle q_1^2 \rangle + \langle q_2^2 \rangle. \quad (2.4.6a)$$

Найдем также дисперсии суммы и разности выходных сигналов при  $T = R = 1/2$

$$q_{\pm} \equiv q_1 \pm q_2, \quad \langle q_{\pm}^2 \rangle = 2\langle q_1^2 \rangle, \quad \langle q_{\pm}^2 \rangle = 2\langle q_2^2 \rangle. \quad (2.4.6b)$$

Следовательно, если, например, на входе 2 — вакуум, то флуктуации разности сигналов будут пуассоновскими независимо от статистики поля на другом входе (это обстоятельство используется для калибровки аппаратуры).

Аналогичные соотношения справедливы для нормально-упорядоченных операторов:  $q^2 \equiv q^2 - 1/2$ , которые описывает только избыточные шумы. Пусть, например,  $\langle :q_2^2: \rangle = 0$ , тогда

$$\begin{aligned} \langle : (q_1')^2 : \rangle &= T \langle : q_1^2 : \rangle + 2uv \operatorname{Re} \langle q_1 q_2^+ \rangle, \\ \langle : (q_2')^2 : \rangle &= R \langle : q_1^2 : \rangle - 2uv \operatorname{Re} \langle q_1 q_2^+ \rangle, \\ \langle : (q_1')^2 : \rangle + \langle : (q_2')^2 : \rangle &= \langle : q_1^2 : \rangle. \end{aligned} \quad (2.4.6b)$$

Эти связи показывают, что распределение избыточных шумов из канала 1 по двум выходным каналам существенно зависит от наличия начальной корреляции  $\langle q_1 q_2^+ \rangle$ , от ее знака. Это обстоятельство объясняет отмеченное во введении "аномальное" действие выводного светоделителя в цепи ОС (в рамках априорных моделей).

При  $\langle q_1 q_2^+ \rangle$  светоделитель согласно (2.4.6) совершает преобразование

$$F_1' = TF_1 + RF_2, \quad F_2' = RF_1 + TF_2. \quad (2.4.6r)$$

Пусть на входе 2 — когерентная компонента плюс вакуум, т.е.  $F_2 = 1$ , тогда

$$F_1' - 1 = T(F_1 - 1) \quad (2.4.7)$$

или  $\langle : (q_1')^2 : \rangle = T \langle : q_1^2 : \rangle$ . Таким образом, светоделитель уменьшает абсолютную величину избыточных шумов, т.е. уменьшает "непуассоновость" статистики.

Этот вывод можно обобщить [33]: потери действуют на нормально-упорядоченные операторы тривиально — так же, как и на компоненты поля в классических моделях. Это относится и к преобразованию поля детектором:  $T$  заменяется на квантовую эффективность детектора  $\eta$  (см. (2.2.14)). Пусть ФШ в падающем на детектор свете полностью подавлен,  $F = 0$ , тогда согласно (2.2.14)

$$F_{\min}' = 1 - \eta. \quad (2.4.8)$$

Таким образом, предельное наблюдаемое подавление ФШ ограничено, казалось бы, эффективностью детектора. Однако этот предел был значительно превзойден в экспериментах [12] (см. рис. 14). Дело в том, что в (2.4.7), (2.4.8) предполагается отсутствие корреляции между входными полями в каналах 1 и 2:  $\langle q_1 q_2^+ \rangle = 0$ . Однако ОС как раз и устанавливает такую корреляцию.

Рассмотрим балансное гомодинное детектирование [34, 35]. Пусть интенсивности двух пучков измеряются

двумя одинаковыми детекторами с эффективностью  $\eta$ , причем регистрируются сумма и разность переменных составляющих токов  $i_{\pm} = i_1 \pm i_2$ . Постоянные составляющие токов считаем одинаковыми. По аналогии с (2.4.7) перейдем от токов к световым потокам:  $F_{\pm} \equiv \langle i_{\pm}^2 \rangle / 2I_0 = \eta(\langle N_{\pm}^2 \rangle / 2I_0 - 1) + 1$ , где  $N_{\pm} = N_1' \pm N_2'$ . Здесь используется нормировка на суммарный ток детекторов  $2I_0$ , так как если пучки независимы, то шумы складываются:  $\langle i_{\pm}^2(\Omega) \rangle = 2I_0$ . В случае  $T = R = 1/2$  с помощью (2.4.5) находим

$$F_+ - 1 = \eta(2\langle q_2^2 \rangle - 1), \quad F_- - 1 = \eta(2\langle q_1^2 \rangle - 1). \quad (2.4.9)$$

Таким образом, шумы разности токов не зависят от шумов гомодинного поля  $q_2$ .

## 2.5. Сжатие и неразрушающее измерение ФШ

Пропустим пучок света через широкополосный параметрический преобразователь (ПП) бегущей волны с одной поперечной модой — прозрачный нелинейный кристалл, возбуждаемый накачкой с двойной частотой  $2\omega_0$ . При этом поле накачки должно быть когерентно с "несущим" полем  $E$ , т.е. оба пучка должны происходить от общего задающего лазера.

Согласно простым моделям, квантовым или классическим (см. [36]), поле на выходе ПП имеет следующий вид:

$$a' = ga - fa^+, \quad a'^+ = ga^+ - fa. \quad (2.5.1)$$

Здесь  $a \equiv a(\Omega)$ ,  $a^+ \equiv a^+(-\Omega)$ ,  $g = \cosh \Gamma$ ,  $f = \sinh \Gamma$ ,  $\Gamma$  — показатель усиления, пропорциональный амплитуде накачки, фаза накачки принята равной  $\pi/2$  и предполагается, что полоса пропускания ПП много больше рассматриваемой полосы частот  $\Delta\Omega$ . Преобразованные компоненты отмечаются штрихами. Таким образом, преобразователь перемешивает спектральные компоненты с частотами  $\omega_0 \pm \Omega$ .

Из (2.5.1) следует

$$\begin{aligned} q' &= \exp(-\Gamma)q, \quad p' = \exp(\Gamma)p, \\ q'(\phi) &= \exp(-\Gamma) \cos(\phi q) + \exp(\Gamma) \sin(\phi q). \end{aligned} \quad (2.5.1a)$$

Следовательно, ПП является фазо-чувствительным устройством: он усиливает  $p$ - и ослабляет  $q$ -квадратуры (при выбранной здесь частной фазе накачки). Это относится как к "реальным" сигналам (детерминированным или шумовым), так и к ФШ. Последнее удивительное обстоятельство было продемонстрировано в ряде экспериментов (см. [2–8]).

При наличии на входе ПП когерентной компоненты с фазой  $\phi = 0$  она преобразуется как  $q$ -квадратура, т.е. также ослабляется (однако ее можно в дальнейшем восстановить с помощью светоделителя и дополнительного гомодинного поля). Таким образом, ПП усиливает ФМ и ослабляет АМ входного поля, в том числе — квантовую.

Отметим, что при произвольной фазе накачки в (2.5.1) надо полагать  $f = \exp(i\phi_0) \sinh \Gamma$ , где  $\phi_0$  — фаза накачки плюс  $\pi/2$ , так что вместо (2.5.1a) получаем

$$\begin{aligned} q'(\phi) &= [\cosh \Gamma + \sinh \Gamma \cos(\phi_0 - 2\phi)]q(\phi) + \\ &+ [\cosh \Gamma + \sinh \Gamma \sin(\phi_0 - 2\phi)]p(\phi). \end{aligned} \quad (2.5.1b)$$

Пусть на входе ПП имеется стационарный шум с интенсивностью  $n(\Omega) = n(-\Omega) \equiv n$ , тогда на выходе согласно (2.5.1), (2.5.1a)

$$\begin{aligned} \langle (q')^2 \rangle &= \left(\frac{1}{2} + n\right) \exp(-2\Gamma), \quad \langle (p')^2 \rangle = \left(\frac{1}{2} + n\right) \exp(2\Gamma), \\ \langle (q')^2(\phi) \rangle &= \left(\frac{1}{2} + n\right) [\exp(-2\Gamma) \cos^2 \phi + \exp(2\Gamma) \sin^2 \phi], \\ n' &= \left(\frac{1}{2} + n\right) \cosh(2\Gamma) - \frac{1}{2}, \\ m' &= -\left(\frac{1}{2} + n\right) \sinh(2\Gamma) = -\left[\left(\frac{1}{2} + n'\right)^2 - \left(\frac{1}{2} + n\right)^2\right]^{1/2}, \\ n' + m' &= \left(\frac{1}{2} + n\right) \exp(-2\Gamma) - \frac{1}{2}. \end{aligned} \quad (2.5.2)$$

Отметим, что согласно (2.5.1a) перекрестные корреляторы вида  $\langle q^+ p \rangle$  при преобразовании не изменяются, т.е. сохраняют свои вакуумные значения  $\pm i/2$ .

В полярных координатах функция  $\langle (q'(\phi))^2 \rangle$  образует эллипсы неопределенности с размерами осей, пропорциональными  $\exp(2\Gamma)$  и  $\exp(-2\Gamma)$  (см. рис. 7). Эти числа имеют смысл коэффициентов растяжения и сжатия для дисперсии квадратур. Произведение неопределенностей имеет вид  $\langle (q')^2 \rangle \langle (p')^2 \rangle^{1/2} = 1/2 + n$ , т.е. нижняя граница в (2.3.10) достигается при  $n = 0$ .

Из (2.5.2) находим фактор Фано после преобразования

$$F' = F \exp(-2\Gamma) = 2 \langle (q')^2 \rangle = (1 + 2n) \exp(-2\Gamma). \quad (2.5.3)$$

Таким образом, подавляется как ФШ, так и входной избыточный шум  $2n$  (последний эффект является, очевидно, чисто классическим). Напомним, что согласно приближенному соотношению (2.3.9) здесь не учитывается вклад  $a^+ a$  в ФШ, который может заметно увеличить  $F'$  при большом усилении  $\Gamma$  или малой амплитуде  $E$  (существует метод компенсации также и этого вклада [37, 38]). Подавление или усиление ФШ при параметрическом преобразовании происходит, конечно, лишь в ограниченном интервале частот, определяемом полосой ПП.

В случае вакуума на входе ( $n = E = 0$ ) ПП излучает лишь собственный спонтанный шум, при этом состоянии выходного поля называют *сжатым вакуумом*. Для сжатого вакуума

$$n' = \sinh^2 \Gamma, \quad m' = -\cosh \Gamma \sinh \Gamma, \quad \frac{m'}{n'} = -\coth \Gamma. \quad (2.5.4)$$

Эти соотношения нарушают неравенство Коши–Шварца  $\{|m'|/n'\}_{\text{clas}} \leq 1$  (см. Приложение), имеющее место в классической теории, в связи с чем собственное излучение ПП называют неклассическим. Заметим, что отклонение от классического предела тем сильнее, чем меньше  $\Gamma$ .

В противоположном предельном случае при  $n \gg 1/2$  можно пренебречь квантовыми флуктуациями, и наша модель при этом описывает классическое параметрическое преобразование обычного стационарного шума (с одинаковыми флуктуациями двух квадратур:  $\langle q^2 \rangle = \langle p^2 \rangle = n$ ) в периодически нестационарный шум с неравными дисперсиями квадратур [39]. Можно сказать, что

ПП превращает входной гауссов хаотический свет в классический сжатый свет [40–44]. Рис. 7 поясняет различные типы сжатого света и принятую терминологию.

В реальных экспериментах ПП обычно излучает сжатый вакуум и для получения квадратурно-сжатого света к нему надо добавить когерентную (гомодинную) компоненту от исходного лазера. Для этого можно использовать светоделитель. Согласно (2.4.6) и (2.5.2) на выходе светоделителя  $F_1'' = T[\exp(-2\Gamma) - 1] + 1$ , так что при  $\Gamma \gg 1$  фактор Фано  $F_1''$  стремится к  $1 - T = R$  — коэффициенту отражения светоделителя, который можно сделать достаточно малым ценой уменьшения интенсивности света на выходе.

Практически для наблюдения эффекта сжатия используется балансное гомодинирование (см. раздел 2.4). С помощью (2.5.3) и (2.4.9) находим фактор Фано для разности токов

$$F_- = \eta [\exp(-2\Gamma) - 1] + 1. \quad (2.5.3a)$$

Отсюда при  $\Gamma \gg 1$  получаем  $F_- = 1 - \eta$  (ср. (2.4.8)).

Рассмотрим далее преобразование двух пучков света с помощью широкополосного ПП бегущей волны с двумя поперечными модами, отличающимися поляризацией или направлением. Теперь вместо (2.5.1) имеет место преобразование

$$a_1^+ = g a_1 + \exp(i\phi_0) f a_2^+, \quad a_2^{+*} = g a_2^+ + \exp(-i\phi_0) f a_1. \quad (2.5.5)$$

Здесь  $a_k \equiv a_k(\Omega)$ ,  $a_k^+ \equiv a_k^+(-\Omega)$ ,  $g = \cosh \Gamma$ ,  $f = \sinh \Gamma$ ,  $\phi_0$  — фаза накачки плюс  $\pi/2$ . Отсюда находим следующие связи между квадратурами мод:

$$\begin{aligned} q_1' &= g q_1 + f q_2 \cos \phi_0 + f p_2 \sin \phi_0, \\ q_2' &= g q_2 + f q_1 \cos \phi_0 + f p_1 \sin \phi_0, \\ p_1' &= g p_1 + f q_2 \sin \phi_0 - f p_2 \cos \phi_0, \\ p_2' &= g p_2 + f q_1 \sin \phi_0 - f p_1 \cos \phi_0 \end{aligned} \quad (2.5.6)$$

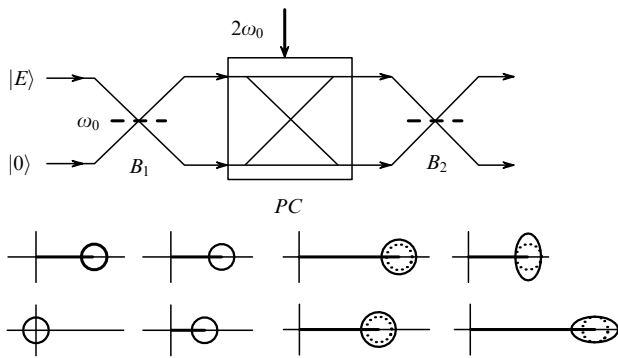
(здесь  $q_1 \equiv q_1(\Omega)$  и т.д.). В частности, при  $\phi_0 = 0$

$$\begin{aligned} q_1' &= g q_1 + f q_2, \quad p_1' = g p_1 - f p_2, \\ q_2' &= g q_2 + f q_1, \quad p_2' = g p_2 - f p_1. \end{aligned} \quad (2.5.7)$$

Для практики интересно свойство, следующее из (2.5.7):  $q_1' - q_2' = \exp(-\Gamma)(q_1 - q_2)$ . При  $\Gamma \gg 1$  разность двух выходных сигналов стремится к нулю, "сжимается". Пусть падающее на преобразователь поле находится в состоянии вакуума, тогда

$$\langle (q_1' - q_2')^2 \rangle = \exp(-2\Gamma) \langle q_1^2 + q_2^2 \rangle = \exp(-2\Gamma), \quad (2.5.8)$$

т.е.  $F_- = \exp(-2\Gamma)$  (ср. (2.5.3), (2.5.3a)). Таким образом, при  $\eta = 1$ ,  $\Gamma \gg 1$ , одинаковых амплитудах и подходящих фазах когерентных компонент разность токов двух гомодинных детекторов на выходе двухмодового ПП не содержит ФШ [38]. При этом флуктуации разности интенсивностей слабого поля  $a_1^+ a_1 - a_2^+ a_2$ , не зависящие от когерентных компонент, также компенсируются, причем независимо от  $\Gamma$  [37, 38]. Наглядно последний эффект объясняется одновременностью рождения фотонов в сигнальном и холостом пучках.



**Рис. 9.** Невозмущающий параметрический "светоделитель".  $B_1$  и  $B_2$  — светоделители,  $PC$  — параметрический усилитель-преобразователь. Внизу — полярные диаграммы, иллюстрирующие последовательные преобразования когерентных и шумовых компонент при  $f = 1, g = 1,4, T_1 = T_2 = 0,85$

Интересную возможность дает также комбинация трех последовательных преобразований (2.4.1), (2.5.5) и снова (2.4.1), изображенная на рис. 9 [29]. Перемножая при  $\phi_0 = 0$  матрицы этих преобразований, получаем ( $u = \cos \theta, v = \sin \theta$ )

$$\begin{aligned} a'_1(\Omega) &= g[\cos(2\theta)a_1(\Omega) + \sin(2\theta)a_2(\Omega)] + fa_2^+(-\Omega), \\ a'_2(\Omega) &= g[-\sin(2\theta)a_1(\Omega) + \cos(2\theta)a_2(\Omega)] + fa_1^+(-\Omega). \end{aligned} \quad (2.5.9)$$

Пусть теперь  $f \equiv \sinh \Gamma = -\tan(2\theta)$ , тогда  $\sin(2\theta) = -\tanh \Gamma, g \cos(2\theta) = 1, g \sin(2\theta) = -f, T = (1 + 1/g)/2, R = (1 - 1/g)/2$ . В результате получаем следующие связи между выходными и входными квадратурами:

$$\begin{aligned} q'_1 &= q_1, & p'_1 &= p_1 - 2fp_2, \\ q'_2 &= q_2 + 2fq_1, & p'_2 &= p_2. \end{aligned} \quad (2.5.10)$$

Когерентные компоненты преобразуются как  $q$ -квадратуры:

$$E'_1 = E_1, \quad E'_2 = E_2 + 2fE_1 = 2fE_1. \quad (2.5.10a)$$

Например, пусть  $f = 1/2$ , тогда  $g = 1,12, \Gamma = 0,48, T = 0,95$  и

$$\begin{aligned} q'_1 &= q_1, & p'_1 &= p_1 - p_2, \\ q'_2 &= q_2 + q_1, & p'_2 &= p_2, \\ E'_1 &= E'_2 = E_1. \end{aligned} \quad (2.5.11)$$

Напомним, что такие же линейные связи имеют место и в классической теории. В квантовой теории они интерпретируются как доказательство возможности квантового неразрушающего измерения одной квадратуры в поперечной моде (пучке) поля [26]. Пусть измеряется "сигнал"  $q_1$  в моде 1, при этом мода 2 — зондирующая или измерительная. Светоделитель осуществляет взаимодействие сигнала и измерителя. Наблюдая за  $q'_2$ , можно за счет слагаемого  $2fq_1$  в (2.5.10) получить информацию об исходном сигнале  $q_1$ . Существенно, что при этом  $q_1$  не возмущается ( $q'_1 = q_1$ ), однако вторая квадратура  $p_1$  получает некоторую добавку (слагаемое  $-2fp_2$ ), которая интерпретируется как *back-action* — обратное действие измерительного прибора (в данном случае — второй пучок) на наблюдаемый квантовый

объект (первый пучок). Учет обратного действия обеспечивает соблюдение соотношения неопределенностей (2.3.10) при взаимодействии. Здесь эта инвариантность — следствие унитарности используемых матриц преобразований для модовых амплитуд.

Аналогично, с помощью фазового детектора (см. раздел 2.4) в выходном канале 1 можно "без разрушения" измерять фазовую модуляцию поля на входе 2.

Рассмотренное устройство перемешивает два пучка света, но в отличие от обычного светоделителя оно копирует ("клонировает") входные квадратуры  $q_1$  и  $p_2$ . Его можно считать фазочувствительным "неразрушающим светоделителем". Отметим, что устройство не сжимает, а, наоборот, растягивает падающие шумы (см. рис. 9); например, в случае когерентных входных полей согласно (2.5.11) на выходе  $F_1 = 1, F_2 = 1 + 4f^2$ . Преобразование (2.5.10) будет использовано далее в разделе 3.4 для доказательства "наблюдаемости" внутреннего поля цепи ОС.

Рассмотрим еще раз обсуждавшиеся в разделе 2.1 эксперименты, использующие необычные возможности параметрического "неразрушающего светоделителя" (см. рис. 5).

На рис. 5в измеряется корреляция квантовых шумов двух детекторов на двух выходах рассмотренного устройства, один из входов которого (индекс 1 в приведенных формулах и верхний вход на рис. 5в) возбуждается лазерным пучком. Согласно (2.5.10) относительные сигналы детекторов (т.е. нормированные на  $(2I_{0n})^{1/2}$ ,  $n = 1, 2$ ) имеют вид

$$\begin{aligned} q''_1 &= u_1q'_1 + v_1q_{10} = u_1q_1 + v_1q_{10}, \\ q''_2 &= u_2q'_1 + v_2q_{20} = u_2(q_2 + 2fq_1) + v_2q_{20}. \end{aligned} \quad (2.5.12)$$

Здесь  $u_n^2 = \eta_n, v_n^2 = 1 - \eta_n$ , операторы  $q_{n0}$  введены для обеспечения унитарности преобразования при  $\eta_n \neq 1$ . Таким образом, детектор 2 ("зондирующий", нижний на рис. 5в) имеет избыточные шумы с относительной амплитудой  $2fu_2q_1$ , коррелированные с вакуумным АМ входным сигналом  $q_1$ . В результате наблюдаемые шумы двух детекторов коррелированы друг с другом:

$$\begin{aligned} \langle (q''_1)^2 \rangle &= \eta_1 \langle q_1^2 \rangle + (1 - \eta_1) \langle q_{10}^2 \rangle = \frac{1}{2}, \\ \langle (q''_2)^2 \rangle &= \eta_2 (\langle q_1^2 \rangle + 4f^2 \langle q_2^2 \rangle) + (1 - \eta_2) \langle q_{20}^2 \rangle = \\ &= \frac{1}{2} (1 + 4f^2 \eta_2), \\ \langle q''_1 q''_2 \rangle &= 2fu_1u_2 \langle q_1^2 \rangle = \sqrt{\eta_1 \eta_2} f. \end{aligned} \quad (2.5.13)$$

Напомним, что здесь рассматривается гомодинное детектирование в приближении  $\Delta i \ll I_0$ , дающем линеаризацию процесса детектирования и позволяющем (при некотором ограничении на величину  $f$ ) не учитывать собственные шумы ПП. В результате наблюдаемые спектральные плотности шумов и их корреляция линейно зависят от мощности падающего лазерного пучка.

Коэффициент корреляции выходных сигналов, нормированный на их дисперсии  $\langle q''_n \rangle$  имеет вид

$$K = \frac{\langle q''_1 q''_2 \rangle}{\sqrt{\langle (q''_1)^2 \rangle \langle (q''_2)^2 \rangle}} = \sqrt{\frac{\eta_1 \eta_2 f^2}{1/4 + \eta_2 f^2}}. \quad (2.5.14)$$



Например, при  $f = \eta_1 = \eta_2 = 1/2$  имеем  $K = 0,41$ , а при  $f^2 \eta_2 \gg 1/4$  коэффициент корреляции равен  $\sqrt{\eta_1}$ . Отметим, что здесь корреляция была рассчитана при оптимальной фазе когерентных полей  $E'_1, E'_2$  и при пренебрежении не зависящим от них вкладом слабого поля.

Схему на рис. 5в можно считать модифицированным коррелометром Брауна–Твисса, в котором обычный светоделитель заменен на "неразрушающий". В результате даже свет в когерентном состоянии дает эффект корреляции (отсутствующий в случае обычного светоделителя (см. (2.4.6) при  $\langle q_1 q_2^+ \rangle = 0$ ). Этот эффект наблюдается в [27, 29].

Рассмотренный эксперимент позволяет сделать два важных вывода.

1. Он свидетельствует в пользу наглядного априорного описания ФШ в данном случае: ведь если бы шумы в соответствии с апостериорной точкой зрения возникали в детекторах при измерении, то они были бы статистически независимы. Корреляцию может, очевидно, вносить лишь сигнал "вакуумной модуляции"  $q_1$  исходного лазерного поля  $E$ . Заметим, что детекторы могут быть разнесены на большое расстояние друг от друга, чтобы исключить их возможное взаимодействие.

Отметим также, что если использовать простой ПП (без дополнительных светоделителей), то корреляция токов также будет иметь место, но она будет зависеть от сигналов  $q_1$  и  $q_2$  на *обоих* входах, что делает вывод об априорности ФШ когерентного поля  $q_1$  менее убедительным.

2. Макроскопический ток гомодинного детектора  $i(t)$  как обычного, так и неразрушающего, "реализует" (делает наблюдаемым) модулирующий стохастический сигнал  $Q(t)$  падающего на детектор поля  $E(t)$  — даже если он имеет "вакуумное" происхождение. Это уже упомянутое во введении положение лежит в основе квантовой теории ОС в работе [15], а также разделов 3.1–3.5 настоящей работы.

Аналогично, при выборе соответствующей фазы гомодинного поля (раздел 2.4) можно реализовать сигнал вакуумной фазовой модуляции  $P_1(t)$ .

Можно возразить, что ПП при его взаимодействии с исходным пучком осуществляет акт измерения, при этом в оба выходных пучка вносится общий шум измерения, что и приводит к корреляции токов. Однако понятие квантового измерения подразумевает переход от  $q$ -чисел к  $c$ -числам, а здесь параметрическое взаимодействие описывается операторными соотношениями, а  $c$ -числами являются только выходные сигналы детекторов.

Можно описывать действие ПП и светоделителей не в принятом здесь представлении Гейзенберга, а в представлении Шрёдингера (сравнение этих двух математических методов см. в [32]). При этом вектор состояния на входе оптической системы  $|\psi\rangle = |E_1\rangle_1 |0\rangle_2$  превращается в некоторый выходной вектор  $|\psi'\rangle$ , который относится к обоим выходным пучкам и определяет совместную статистику обоих детекторов. Выходным пучкам нельзя приписать индивидуальные векторы состояния: по отдельности они находятся в смешанных, а не в чистых состояниях. При таком описании ФШ возникает в детекторах независимо, вследствие некоторого свойства состояния  $|\psi'\rangle$ . По существу, это также априорное описание, при котором информация о ФШ переносится

вектором состояния (а не гейзенберговскими операторами  $q, p$ ).

Рассмотрим еще один возможный эксперимент, изображенный на рис. 5г. Здесь сигнал неразрушающего детектора, несущий, как мы убедились, информацию о ФШ исходного пучка (слагаемое  $2u_2 f q_1$ ), после усиления управляет модулятором, поставленным на пути пучка между ПП и обычным детектором (такие схемы обозначают термином *feedforward*). С учетом обнаруженной выше корреляции кажется очевидным, что, подбирая параметры схемы, можно добиться подавления ФШ на выходе модулятора, т.е. получить амплитудное сжатие. Расчет, свидетельствующий в пользу этого предположения, будет проведен в разделе 3.4 для более эффективной модификации этой схемы (рис. 5д), где модулятор помещен перед ПП, т.е. использующей отрицательную ОС (*feedback*).

### 3. ФШ и электронная обратная связь

#### 3.1. Динамика системы

Схема эксперимента [12] и принятые ниже обозначения представлены на рис. 10. Имеется четыре входных поля  $E_k(t)$ ,  $k = 1, 2, 3, 4$ , три внутренних  $E'(t), E''(t), E_i(t)$  и два выходных  $E_r(t), E_0(t)$ . Предполагается, что сильные когерентные сигналы  $E_k$  подаются только на входы 1 и 3, т.е.  $E_2 = E_4 = 0$ . Дополнительное поле  $E_3$  позволяет независимо от  $E_1$  изменять фазу когерентного суммарного поля  $E''$  на детекторе, которое играет роль гомодинного поля. Поля  $E_i(t)$  и  $E_4(t)$  — фиктивные, они введены для описания процесса детектирования.

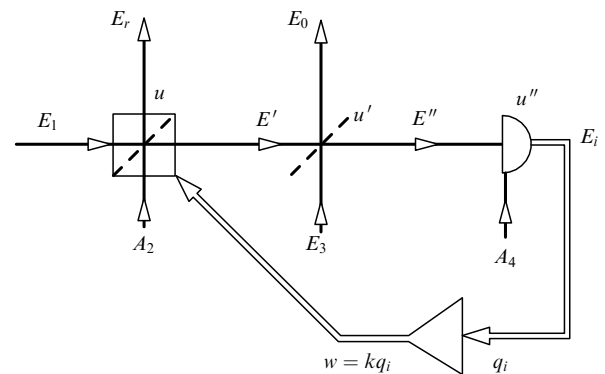


Рис. 10. Схема эксперимента по исследованию оптической системы с ОС

Модулятор удобно моделировать светоделителем с переменным амплитудным пропусканием  $U(t) = u[1 - \varepsilon w(t)]$  и отражением  $V(t) = [1 - U^2(t)]^{1/2}$  [15]. Здесь  $w(t)$  — вещественный модулирующий сигнал (не имеющий по предположению постоянной составляющей),  $u = \sqrt{T}$  и  $v = \sqrt{R}$  — вещественные коэффициенты пропускания и отражения при  $w = 0$  (считается, что потерь нет, поэтому  $T + VR = 1$ ). Параметр  $\varepsilon$  играет роль переключателя для описания амплитудной ( $\varepsilon = 1$ ) или фазовой ( $\varepsilon = i$ ) модуляции. При малом коэффициенте модуляции ( $|w| \ll 1$ ) имеем  $V(t) \approx v[1 + \chi^2 \varepsilon w(t)]$ , где  $\chi \equiv u/v$ .

Если  $w(t)$  — классическая функция времени (детерминированная или стохастическая), то модулятор про-

изводит унитарное преобразование падающих полей. При этом в отличие от простого светоделителя взаимодействуют моды с различными частотами, так что спектральный состав входных пучков перераспределяется. В то же время здесь нет перемешивания положительно- и отрицательно-частотных компонент, поэтому сжатия не происходит.

Однако в рассматриваемой ниже модели функция  $w(t)$  при замыкании цепи ОС становится оператором, унитарность преобразования нарушается и поле испытывает сжатие — по амплитуде или фазе, соответственно, в случае амплитудного ( $\varepsilon = 1$ ) или фазового ( $\varepsilon = i$ ) модулятора.

Модулятор в линейном по  $w$  и  $A$  приближении производит следующее преобразование

$$\begin{aligned} E'(t) &= UE_1(t) + VE_2(t) \approx u[1 - \varepsilon w(t)]E_1(t) + vA_2(t), \\ E_r(t) &= -V^*E_1(t) + U^*E_2(t) \approx \\ &\approx -v[1 + \chi^2\varepsilon^*w(t)]E_1(t) + uA_2(t). \end{aligned} \quad (3.1.1)$$

Напомним, что в каждом пучке  $E(t)$  — положительно-частотное поле, состоящее из когерентной монохроматической части  $E \exp(-i\omega_0 t)$  с большой амплитудой  $E$  и слабого поля  $A(t)$ . Пренебрегая слагаемыми порядка  $wA$ , получаем

$$\begin{aligned} A'(t) &= uA_1(t) + vA_2(t) - E' \exp(-i\omega_0 t)\varepsilon w(t), \\ E' &= uE_1, \\ A_r(t) &= -vA_1(t) + uA_2(t) + \chi^2 E_r \exp(-i\omega_0 t)\varepsilon^* w(t), \\ E_r &= -vE_1. \end{aligned} \quad (3.1.1a)$$

В спектральном представлении

$$\begin{aligned} a'(\Omega) &= \tilde{a}'(\Omega) - E' \varepsilon w(\Omega), \quad \tilde{a}' \equiv ua_1 + va_2, \\ a_r(\Omega) &= \tilde{a}_r(\Omega) - \chi E_r \varepsilon^* w(\Omega), \quad \tilde{a}_r \equiv -va_1 + ua_2. \end{aligned} \quad (3.1.1b)$$

Операторы со знаком " $\sim$ " определяются через входные амплитуды  $a_1, a_2$  при разомкнутой ОС ( $a' = \tilde{a}', a_r = \tilde{a}_r$ ). При расчете ФШ они играют роль заданных ланжевеновских сил.

Следующее преобразование промодулированного внутреннего поля осуществляется светоделителем с параметрами  $u', v'$ , выводящим пучок наружу,

$$\begin{aligned} A'' &= u'A' + v'A_3, \quad E'' = u'E' + v'E_3, \\ A_0 &= -v'A' + u'A_3, \quad E_0 = -v'E' + u'E_3. \end{aligned} \quad (3.1.2)$$

Здесь  $u'^2 + v'^2 = T' + R' = 1$ . Это преобразование унитарно.

Действие детектора удобно описывать аналогичным унитарным преобразованием с  $u''^2 = 1 - v''^2 \equiv \eta$  (при этом второй выходной канал игнорируется)

$$A_i = u''A'' + v''A_4, \quad E_i = u''E''. \quad (3.1.3)$$

Фиктивное поле  $A_4$ , обеспечивающее унитарность преобразования, находится в состоянии вакуума. Ток детектора равен по определению интенсивности фиктивного поля  $E_i(t)$ , так что постоянная и переменная составляющие тока в соответствии с (2.3.9) равны

$$\begin{aligned} I_0 &= |E_i|^2 = \eta |E''|^2, \\ i(t) &= \sqrt{2} |E_i| Q_i(t, \phi_i) = (2I_0)^{1/2} Q_i(t, \phi_i). \end{aligned} \quad (3.1.4)$$

Здесь пренебрегаем вкладом слабого "модулирующего" поля в постоянный ток;  $\phi_i = \phi''$  — фаза гомодинного поля на детекторе  $E''$ .

Связь квантового формализма и эксперимента осуществляется постулированием того, что оператор  $i(t)$  соответствует наблюдаемому фототоку. При этом наблюдаемые флуктуации тока вычисляются из квантовой функции корреляции, которая при вакуумном слабом поле согласно (2.2.12) имеет вид  $\langle i(t)i(t') \rangle = 2I_0 \langle Q(t)Q(t') \rangle = I_0 \delta(t - t')$  (без учета инерции детектора). Отметим, что здесь используется отличная от нормально-упорядоченной функция корреляции (в противном случае квантовые шумы не возникают). Как это обычно принято в квантовой оптике при описании стационарных экспериментов, мы отождествляем средние по квантовому ансамблю, вычисляемые в теории, и средние по времени, наблюдаемые в эксперименте.

С другой стороны, ФШ (называемый также дробовым шумом) в рамках полуклассической теории фотодетектирования часто связывают с дискретностью зарядов. Наш формализм описывает также и чисто аналоговое детектирование с помощью, например, микрокалориметра или термодары. Такой подход показывает независимость наблюдаемого ФШ от факта дискретности заряда фотоэлектронов (см. раздел 2.2). Формально ФШ возникает здесь в результате некоммутативности операторов поля и использования неупорядоченных операторов в определении дисперсии квадратур.

Действие электронной схемы будем описывать в спектральном представлении соотношением

$$\begin{aligned} w(\Omega) &= k(\Omega) \exp(i\Omega\tau) i(\Omega) = \\ &= \sqrt{2} k(\Omega) |E_i| \exp(i\Omega\tau) q_i(\Omega, \phi_i). \end{aligned} \quad (3.1.5)$$

Здесь параметр  $\tau$  учитывает суммарное запаздывание в замкнутой цепи ОС как в оптическом тракте, так и в соединительных кабелях, а коэффициент усиления  $k(\Omega)$  описывает дисперсионные свойства "электроники": детектора, усилителя и модулятора. Считается, что электронная схема не пропускает постоянный ток, поэтому ОС не влияет на когерентные части полей.

Связь (3.1.5) отражает важнейшую концепцию модели (в ее квантовой версии): она подразумевает, что усиленный макроскопический электронный сигнал  $w(t)$ , управляющий модулятором, является, как и  $Q_i(t)$ , оператором [15]. (Доводы в пользу такого подхода уже приводились в разделе 2.5.) При этом преобразование (3.1.1) перестает быть унитарным.

Преобразования (3.1.1)–(3.1.3) в спектральном представлении принимают следующий вид

$$\begin{aligned} a' &= \tilde{a}' - E' \varepsilon w, \quad \tilde{a}' = ua_1 + va_2, \\ a_r &= \tilde{a}_r - \chi E_r \varepsilon^* w, \quad \tilde{a}_r = -va_1 + ua_2, \\ a'' &= \tilde{a}'' - u'E' \varepsilon w, \quad \tilde{a}'' = u'\tilde{a}' + v'a_3, \\ a_0 &= \tilde{a}_0 + v'E' \varepsilon w, \quad \tilde{a}_0 = -v'\tilde{a}' + u'a_3, \\ a_i &= \tilde{a}_i - u''u''E' \varepsilon w, \quad \tilde{a}_i = u''\tilde{a}'' + v''a_4. \end{aligned} \quad (3.1.6)$$

Здесь, например,  $\tilde{a}' \equiv \tilde{a}'(\Omega)$  — поле с исключенной центральной модой  $\omega_0$  на выходе модулятора, порожденное внешними заданными полями  $a_1$  и  $a_2$  при выключенной ОС (когда  $w \equiv w(\Omega) = 0$ ), а  $a' \equiv a'(\Omega)$  — это же поле при учете ОС, т.е. это самосогласованное поле.

Перейдем к квадратурам с помощью (2.3.7). При этом возникают комбинации

$$\begin{aligned} \frac{E'[\varepsilon w(\Omega) \pm \varepsilon^* w^*(-\Omega)]}{\sqrt{2}} &= \\ &= (\varepsilon \pm \varepsilon^*)k(\Omega)E'|E_i| \exp(i\Omega\tau)q_i(\Omega, \phi_i) \equiv \\ &\equiv \frac{1}{2}(\varepsilon \pm \varepsilon^*)\alpha q_i(\Omega, \phi_i). \end{aligned} \quad (3.1.7)$$

Здесь введено определение  $\alpha \equiv 2k(\Omega)E'|E_i| \exp(i\Omega\tau)$  и использовано свойство  $w(\Omega) = w^*(-\Omega)$ , следующее из эрмитовости  $w(t)$ . Амплитуды когерентных полей  $E_1$ ,  $E'$ ,  $E_r$  считаются вещественными. При  $E_3 = 0$   $\alpha = 2u'u''k(\Omega)E'^2 \exp(i\Omega\tau)$ .

При использовании амплитудного модулятора  $\varepsilon + \varepsilon^* = 2$ ,  $\varepsilon - \varepsilon^* = 0$ , так что модулятор не влияет на  $P$ -квадратуры, а в случае фазового модулятора  $\varepsilon + \varepsilon^* = 0$ ,  $\varepsilon - \varepsilon^* = 2$  и модулятор не влияет на  $Q$ -квадратуры. В последнем случае необходимо использование дополнительного когерентного поля  $E_3$  на входе 3, преобразующего ФМ в АМ; при этом фаза гомодинного поля на детекторе  $\phi_i$  должна равняться  $\pi/2$  (см. раздел 2.3). Модулятор в обоих случаях изменяет лишь одну квадратуру. Таким образом, АМ- и ФМ-случаи отличаются лишь перестановкой  $Q$ - и  $P$ -квадратур и поэтому мы далее рассмотрим лишь АМ-случай ( $\varepsilon = 1$ ). При этом  $p' = \tilde{p}' = up_1 + vp_2$  и т.д.

Из (3.1.6), (3.1.7) находим

$$\begin{aligned} q' &= \tilde{q}' - \alpha q_i(\phi_i), & \tilde{q}' &= uq_1 + vq_2, \\ q_r &= \tilde{q}_r - \chi\alpha q_i(\phi_i), & \tilde{q}_r &= -vq_1 + uq_2, \\ q'' &= \tilde{q}'' - u'\alpha q_i(\phi_i), & \tilde{q}'' &= u'\tilde{q}' + v'q_3, \\ q_0 &= \tilde{q}_0 + v'\alpha q_i(\phi_i), & \tilde{q}_0 &= -v'\tilde{q}' + u'q_3, \\ q_i &= \tilde{q}_i - u''u''\alpha q_i(\phi_i), & \tilde{q}_i &= u''\tilde{q}'' + v''q_4. \end{aligned} \quad (3.1.8)$$

Сравним интенсивности двух волн на выходе модулятора. Согласно (2.3.9) и (3.1.8)

$$\begin{aligned} N'(\Omega) &= \sqrt{2}E'q' = \sqrt{2}uE_1[uq_1 + vq_2 - \alpha q_i(\phi_i)], \\ N_r(\Omega) &= \sqrt{2}E_rq_r = -\sqrt{2}vE_1[-vq_1 + uq_2 - \chi\alpha q_i(\phi_i)]. \end{aligned} \quad (3.1.9)$$

При учете  $\chi = u/v$  находим  $N' + N_r = \sqrt{2}E_1q_1 = N_1$ . Таким образом, модулятор не влияет на сумму выходных интенсивностей (как и АМ-сигнал  $q_2$  из канала 2), он лишь перераспределяет потоки.

Чтобы получить самосогласованные решения надо заменить  $q_i(\phi_i)$  в (3.1.8) на одно из следующих эквивалентных выражений

$$\begin{aligned} q_i(\phi_i) &= q_i \cos \phi_i + p_i \sin \phi_i = \\ &= (u''q'' + v''q_4) \cos \phi_i + p_i \sin \phi_i = \\ &= (u''u'q' + u''v'q_3 + v''q_4) \cos \phi_i + p_i \sin \phi_i. \end{aligned} \quad (3.1.10)$$

Так, из (3.1.8) и (3.1.10) находим

$$q_i = \tilde{q}_i - u''u''\alpha(q_i \cos \phi_i + p_i \sin \phi_i).$$

Определим коэффициент обратной связи  $\beta$  (т.е. коэффициент передачи всей опто-электронной цепи) и ампли-

тудный коэффициент сжатия (или растяжения)  $\gamma$ :

$$\begin{aligned} \beta &\equiv u''u' \alpha \cos \phi_i \equiv 2u''u' \cos \phi_i k(\Omega)E'|E_i| \exp(i\Omega\tau), \\ \gamma &\equiv \frac{1}{1 + \beta}. \end{aligned} \quad (3.1.11)$$

При этом  $\beta = u''u' \alpha = (\eta_{\text{эф}} T')^{1/2} \alpha$ , где  $\eta_{\text{эф}} \equiv \eta \cos \phi_i$  — эффективный квантовый выход детектора с учетом фазы гомодинного поля и  $T' = u'^2$  — пропускание светоделителя. При  $E_3 = 0$  имеем  $\phi_i = 0$  и

$$\beta = 2k(\Omega)I_0 \exp(i\Omega\tau) = 2k(\Omega)\eta T' T |E_1|^2 \exp(i\Omega\tau). \quad (3.1.11a)$$

В этих обозначениях

$$q_i = \gamma(\tilde{q}_i - u''u'' \alpha p_i \sin \phi_i) = \gamma(\tilde{q}_i - \beta p_i \tan \phi_i). \quad (3.1.12)$$

Отсюда находим самосогласованное решение для сигнала на выходе детектора в зависимости от входных сигналов  $q_k$ ,  $p_k$ ,  $k = 1, \dots, 4$  и фазы когерентного поля  $\phi_i$  на детекторе

$$q_i(\phi_i) = \gamma \tilde{q}_i(\phi_i), \quad (3.1.13)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{q}_i(\phi_i) &= \tilde{q}_i \cos \phi_i + p_i \sin \phi_i = \\ &= (u''u'uq_1 + u''u'vq_2 + u''v'q_3 + v''q_4) \cos \phi_i + \\ &+ (u''u'up_1 + u''u'vp_2 + u''v'p_3 + v''p_4) \sin \phi_i. \end{aligned} \quad (3.1.13a)$$

Таким образом, любое внешнее воздействие  $\{q_k, p_k\}$  — детерминированный сигнал, классический или квантовый шум — умножается на параметр  $\gamma(\Omega) = 1/[1 + \beta(\Omega)]$ . Следовательно,  $\gamma(\Omega)$  играет роль спектральной функции Грина для фототока. При  $|\gamma(\Omega)| \ll 1$  схема является стабилизатором фототока, который поэтому не воспринимает внешних сигналов. В результате его бесшумность нельзя использовать.

Заметим, что коэффициент  $\beta \propto \eta_{\text{эф}} = \eta \cos \phi_i$  максимален при  $\phi_i = 0$ , в частности, при отсутствии дополнительного гомодинного поля ( $E_3 = 0$ ). В то же время при использовании фазового модулятора это поле необходимо, так как в этом случае  $\cos \phi_i$  в определении  $\beta$  заменяется на  $\sin \phi_i$ .

Аналогичным образом из (3.1.8), (3.1.10) находим

$$\begin{aligned} q' &= \gamma\{\tilde{q}' - \alpha[(u''v'q_3 + v''q_4) \cos \phi_i + p_i \sin \phi_i]\}, \\ q'' &= \gamma[\tilde{q}'' - u'\alpha(v''q_4 \cos \phi_i + p_i \sin \phi_i)], \\ q_0 &= \tilde{q}_0 + v'\alpha\gamma(\tilde{q}_i \cos \phi_i + p_i \sin \phi_i), \\ q_r &= \tilde{q}_r - \chi\alpha\gamma(\tilde{q}_i \cos \phi_i + p_i \sin \phi_i). \end{aligned} \quad (3.1.14)$$

Выходные АМ-сигналы зависят от фаз когерентных компонент:

$$\begin{aligned} q_0(\phi_0) &= \tilde{q}_0 \cos \phi_0 + p \sin \phi_0 + \\ &+ v'\alpha\gamma \cos \phi_0 (\tilde{q}_i \cos \phi_i + p_i \sin \phi_i), \\ q_r(\phi_r) &= -q_r \end{aligned} \quad (3.1.15)$$

(мы учли, что фаза "отраженной" от модулятора когерентной волны равна  $\pi$ ).

Обратим внимание на отличия откликов в различных точках системы на внешние возмущения  $\{q, p\}$ . В формуле (3.1.13) все внешнее возмущение умножается на фактор  $\gamma$ . При  $|\gamma| \ll 1$  это приводит к сильному подавлению внешней модуляции и, в частности, к сильному сжатию ФШ в наблюдаемом токе. В первых двух формулах (3.1.14), описывающих внутренние поля, действует дополнительное возмущение, умножаемое на фактор  $\alpha\gamma$ , который по модулю не превышает 1. Это дает дополнительный шум и, следовательно, меньшее, чем у тока, сжатие (это один из парадоксов, упомянутых во введении). Наконец, в правых частях последних двух формул (3.1.14), описывающих выходные сигналы, часть внешних сил  $\tilde{q}_0, \tilde{q}_r$  вообще не затрагивается ОС, что и приводит к отсутствию сжатия. Более того, последние слагаемые в этих формулах дают избыточный АМ-шум на выходе (от которого, правда, можно избавиться, преобразовав его в ФМ).

Пусть, например, только  $\langle q_1 \rangle$  отлично от нуля (т.е. имеется гармоническая модуляция на первом входе), тогда на выходах имеем

$$\langle q_0 \rangle = -uv'\gamma\langle q_1 \rangle, \quad \langle q_r \rangle = -v\gamma[1 + (1 - \chi^2)\beta]\langle q_1 \rangle, \quad (3.1.16)$$

т.е. исходная модуляция при  $|\gamma| \ll 1$  подавлена. Этот эффект можно использовать для "чистки" лазерных пучков от нежелательной модуляции.

С другой стороны, модуляция  $\langle q_3 \rangle$  из канала 3 влияет на выходной сигнал  $q_0$  двумя путями — прямым и через цепь ОС. Лишь вклад последнего может сильно подавляться ОС. Именно это обстоятельство, определяемое динамическими свойствами системы, лежит в основе факта невозможности вывода наружу сжатого света из цепи ОС с помощью обычного светоделителя. В то же время в "неразрушающем светоделителе"  $q_3$  действует лишь через цепь ОС (раздел 3.4).

Отметим, что при  $|\gamma| > 1$  рассматриваемую систему можно использовать для усиления входного слабого поля, для увеличения глубины модуляции и для генерации новых компонент слабого поля [30]. В режиме самовозбуждения системы происходит "самомодуляция" исходного когерентного поля. Частоты генерации  $\Omega_n$  определяются полюсами спектральной функции Грина системы, т.е. уравнением  $\beta(\Omega_n) = -1$ . Эти частоты примерно определяются максимумами функции  $|\gamma(\Omega)|$ , график которой изображен на рис. 11. Можно избежать самовозбуждения, вводя дополнительно затухание на этих частотах [12].

Мы решили динамическую часть задачи — выразили внутренние и выходные АМ- и ФМ-сигналы через входные сигналы. Этот этап, по существу, классический.

### 3.2. Функция Грина и коммутаторы

Рассмотрим теперь отклик системы на короткое (по сравнению с  $1/\Delta\Omega$ ) возмущение. Пусть в момент  $t = 0$  амплитуда падающего на вход 1 когерентного поля  $E_1$  резко возрастает и тут же возвращается обратно. При этом можно полагать  $\langle Q_1(t) \rangle \propto \delta(t)$ , так что  $\langle \tilde{q}_i(\Omega) \rangle \propto \langle q_1(\Omega) \rangle = \text{const}$  и согласно (3.1.13) возникнет импульс фототока

$$\langle Q_i(t) \rangle \propto (2\pi)^{-1} \int d\Omega \exp(-i\Omega t) \gamma(\Omega) \equiv G(t). \quad (3.2.1)$$

Здесь вещественная функция  $G(t)$  — фурье-образ функции  $\gamma(\Omega) = \gamma^*(-\Omega)$  — имеет смысл феноменологической функции Грина для переменной части фототока. Это отклик тока на короткое  $\delta$ -образное возмущение амплитуды входного когерентного поля. Поскольку рассматриваемая модель линейна, то в классической и квантовой версиях фигурирует одна и та же функция  $G(t)$ .

Представляя  $\gamma$  в виде  $1 - \beta/(1 + \beta)$ , выделим исходный сигнал  $G_0 = \delta(t)$  из функции отклика

$$G(t) = \delta(t) - \frac{1}{2\pi} \int \frac{d\Omega \exp(-i\Omega t) \beta}{1 + \beta}. \quad (3.2.2)$$

Согласно принципу причинности второе слагаемое здесь должно быть равно нулю при  $t < \tau$ .

Пусть  $\beta_0(\Omega)$  описывает дисперсию электроники без учета оптической задержки  $\tau$ . Подставляя

$$\gamma = [1 + \beta_0(\Omega) \exp(i\Omega\tau)]^{-1} = \sum_{n=0}^{\infty} [-\beta_0(\Omega)]^n \exp(in\Omega\tau),$$

находим разложение функции Грина в ряд по степеням  $\beta$ :

$$G(t) = \sum_{n=0}^{\infty} G_n(t - n\tau), \quad (3.2.3)$$

$$G_n(t) \equiv \frac{1}{2\pi} \int d\Omega \exp(-i\Omega t) [-\beta_0(\Omega)]^n.$$

Здесь  $G_0(t) = \delta(t)$  описывает исходное возмущение,  $G_1(t - \tau)$  — запаздывший на  $\tau$  отклик усилителя (это функция Грина электроники), а последующие члены ряда  $G_n(t - n\tau)$  описывают повторное прохождение сигнала по цепи.

Если же пренебречь дисперсией электроники, то функция Грина представляет периодическую последовательность  $\delta$ -функций:

$$G(t) = \sum_{n=0}^{\infty} (-\beta_0)^n \delta(t - n\tau). \quad (3.2.4)$$

Характерна знакопеременность (при  $\beta_0 > 0$ ) импульсов отклика системы: первый импульс (наблюдаемый с опозданием  $\tau$ ) отрицателен вследствие уменьшения пропускания модулятора, но далее этот импульс вызывает увеличение пропускания модулятора и, соответственно, положительный второй импульс тока.

Пусть электроника действует как однополосный фильтр нижних частот

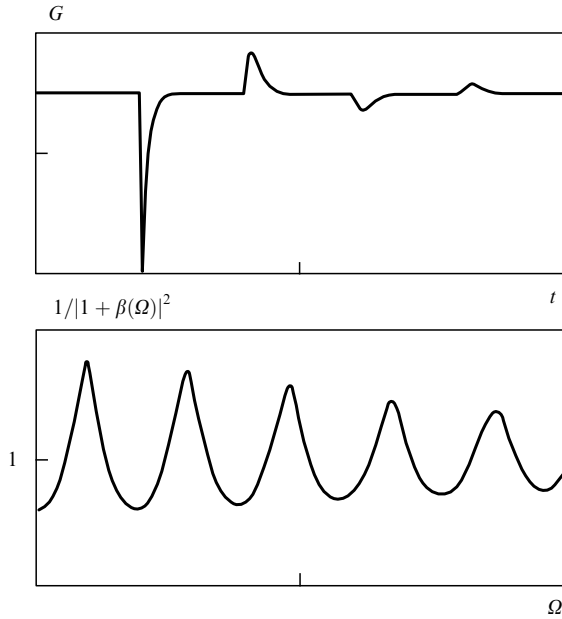
$$\beta_0(\Omega) = \frac{\beta_0}{1 - i\Omega\tau_a} \quad (3.2.5)$$

(здесь  $\tau_a \approx 1/\Delta\Omega$  — эффективная постоянная времени, определяемая полосой  $\Delta\Omega$  детектора, усилителя или модулятора), тогда парциальные импульсы в (3.2.2) при  $n = 1, 2, \dots$  имеют вид

$$G_n(t) = \frac{(-\beta_0)^n}{2\pi} \int d\Omega \frac{\exp(-i\Omega t)}{(1 - i\Omega\tau_a)^n} = \frac{(-\beta_0)^n (t/\tau_a)^{n-1} \theta(t)}{(n-1)! \tau_a \exp(t/\tau_a)}, \quad (3.2.6)$$

где  $\theta(t)$  — ступенчатая функция.

График функции  $G(t) - \delta(t)$  согласно (3.2.3) и (3.2.6), а также функции  $|\gamma(\Omega)|^2$ , в случае  $\tau = 10\tau_a$  и  $\beta_0 = 0,6$  представлен на рис. 11.



**Рис. 11.** Временная функция Грина  $G(t)$  (вверху) и частотная характеристика  $1/|1 + \beta(\Omega)|^2$  (внизу) опто-электронной цепи с обратной связью (согласно (3.2.5) и (3.2.6)) при  $\tau = 10\tau_a$  и  $\beta_0 = 0,6$ . Расстояние между экстремумами равно примерно  $2\pi/\tau$  по частоте и  $\tau$  по времени, где  $\tau$  — полная задержка в цепи (без учета дисперсии электроники)

Аналогичный вид, но с обратным знаком, имеют и выходные сигналы

$$\langle Q_0(t) \rangle = -uv' \langle Q_i(t) \rangle, \quad \langle Q_r(t) \rangle = -v \langle Q_i(t) \rangle \quad (3.2.7)$$

(в последнем выражении принято  $T = R = 1/2$ ).

При  $\Omega \ll \tau_a^{-1}$  и  $\tau_a \ll \tau$  можно использовать приближение (3.2.4); при этом  $\gamma(\Omega) \approx 1/[1 + \beta_0 \exp(i\Omega\tau)]$ . Эта функция напоминает коэффициент передачи лазерного резонатора Фабри–Перо или, скорее, кольцевого резонатора с полной длиной  $c/\tau$ , собственными частотами  $\Omega_n = 2\pi n/\tau$  и условием возбуждения  $\beta_0 = -1$ .

Найдем теперь коммутаторы полей при наличии ОС. Из (2.3.8) и (3.1.14) получаем

$$\begin{aligned} [q'(\Omega), p'(-\Omega)] &= i\gamma(\Omega), \\ [q'(\Omega, \phi_1), q'(-\Omega, \phi_2)] &= i\gamma(\Omega) \sin(\phi_2 - \phi_1). \end{aligned} \quad (3.2.8)$$

Аналогичные выражения справедливы для операторов  $q''$ ,  $p''$ . Таким образом, при сильной негативной ОС операторы внутренних полей коммутируют, т.е. приобретают классический характер. Это обстоятельство согласуется с фактом уменьшения наблюдаемого ФШ тока в экспериментах.

Из (3.2.8) следует

$$[a'(\Omega), a'^+(\Omega')] = \delta(\Omega - \Omega') \operatorname{Re} \gamma(\Omega), \quad (3.2.9)$$

так что

$$\begin{aligned} [A'(t), A'^+(t')] &= \\ &= \exp[i\omega_0(t' - t)] \int \frac{d\Omega \exp[i\Omega(t' - t)]}{2\pi} \operatorname{Re} \gamma(\Omega) = \\ &= \delta(t - t') - \exp[i\omega_0(t' - t)] \times \\ &\times \int \frac{d\Omega \exp[i\Omega(t' - t)]}{2\pi} \operatorname{Re} \frac{\beta(\Omega)}{1 + \beta(\Omega)}. \end{aligned} \quad (3.2.10)$$

Второе слагаемое в последнем выражении отлично от нуля лишь при  $|t - t'| > \tau$ . Используя определение (3.2.1) для функции Грина  $G(t)$ , получаем связь

$$\begin{aligned} [A'(t), A'^+(t')] &= \\ &= \frac{1}{2} [G(t - t') + G(t' - t)] \exp[i\omega_0(t' - t)]. \end{aligned} \quad (3.2.11)$$

С помощью (3.1.14) легко убедиться, что для выходных полей коммутационные соотношения сохраняются:

$$[q_0(\Omega), p_0(-\Omega)] = [q_r(\Omega), p_r(-\Omega)] = i. \quad (3.2.12)$$

Учтем, наконец, действие ОС в исходном преобразовании поля модулятором (3.1.1). Пусть для простоты  $u' = u'' = 1$ ,  $u = v = 1/\sqrt{2}$ , тогда (3.1.8) и (3.1.14) принимают вид

$$\begin{aligned} q' &= \frac{\gamma(q_1 + q_2)}{\sqrt{2}}, & p' &= \frac{p_1 + p_2}{\sqrt{2}}, \\ q_r &= \frac{(\gamma - 2)q_1 + \gamma q_2}{\sqrt{2}}, & p_r &= \frac{-p_1 + p_2}{\sqrt{2}}. \end{aligned} \quad (3.2.13)$$

Отсюда с помощью (2.3.7) находим действие модулятора на операторы  $\{a, a^+\}$ :

$$\begin{aligned} a'(\Omega) &= 2^{-3/2} \{ [\gamma(\Omega) + 1] [a_1(\Omega) + a_2(\Omega)] + \\ &+ [\gamma(\Omega) - 1] [a_1^+(-\Omega) + a_2^+(-\Omega)] \}, \\ a_r(\Omega) &= 2^{-3/2} \{ [\gamma(\Omega) - 3] a_1(\Omega) + [\gamma(\Omega) + 1] a_2(\Omega) + \\ &+ [\gamma(\Omega) - 1] [a_1^+(-\Omega) + a_2^+(-\Omega)] \}. \end{aligned} \quad (3.2.14)$$

Отсюда снова следуют коммутаторы (3.2.9), (3.2.12). Это линейное преобразование (которое унитарно лишь при  $\gamma = 1$ ) значительно отличается от обычных в квантовой оптике преобразований. Отметим характерное для сжатия перемешивание положительных и отрицательных частотных компонент.

### 3.3. ФШ в системе с обратной связью

Динамические связи (3.1.13)–(3.1.15) позволяют определить статистику внутренних и выходных сигналов через статистику входных сигналов  $\{q_k, p_k\}$  ( $k = 1, \dots, 4$ ). Входные корреляторы можно найти из (2.3.11); например, в случае вакуума на всех входах имеем

$$\begin{aligned} \langle q_k(\Omega) q_k(-\Omega) \rangle &= \langle p_k(\Omega) p_k(-\Omega) \rangle = -i \langle q_k(\Omega) p_k(-\Omega) \rangle = \\ &= i \langle p_k(\Omega) q_k(-\Omega) \rangle = \frac{1}{2}. \end{aligned} \quad (3.3.1)$$

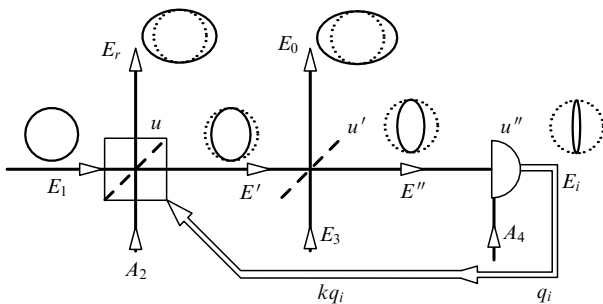
Пусть теперь на всех четырех входах имеются одинаковые независимые поля со спектральной плотностью  $n(\Omega) = n(-\Omega)$  и вещественным параметром сжатия  $m(\Omega)$ , тогда согласно (2.3.11) "нулевые флуктуации"  $1/2$  заменяются на  $n + m + 1/2$ . (Реально интенсивность фиктивного поля  $a_4$  не может отличаться от нуля, поэтому данный пример имеет смысл лишь в приближении  $\eta = 1$ .) Следовательно, рассматриваемые эксперименты можно, в принципе, повторять в классическом режиме, подавая на все входы интенсивное (так что  $|n + m| \gg 1/2$ ) шумовое излучение. Поскольку система линейна, то качественно ничего не должно измениться. Таким образом, эффект подавления шума за счет ОС имеет близкий,

по существу, классический аналог. Этот вывод, основанный на идентичности классических и квантовых функций Грина, можно экстраполировать на все линейные оптические системы [32, 44], например, на параметрические преобразователи (см. раздел 2.5).

В дальнейшем нам понадобится также случай, когда поля на всех входах, кроме первого, находятся в вакуумном состоянии, а на входе 1 имеется избыточный шум (положительный или отрицательный), т.е.  $\langle :q_1^2: \rangle \equiv \langle q_1^2 \rangle - 1/2 \neq 0$ . Нормально-упорядоченные ланжевеновские корреляторы в различных точках схемы согласно (2.4.6а) и (3.1.8) определяются формулами

$$\begin{aligned} \langle : \tilde{q}_i^2 : \rangle &= \eta \langle : \tilde{q}''^2 : \rangle = \eta T' \langle : \tilde{q}^{\prime 2} : \rangle = \eta T' T \langle : q_1^2 : \rangle, \\ \langle : \tilde{q}_r^2 : \rangle &= R \langle : q_1^2 : \rangle, \quad \langle : \tilde{q}_0^2 : \rangle = TR' \langle : q_1^2 : \rangle. \end{aligned} \quad (3.3.1a)$$

Найдем сначала флуктуации в различных точках схемы в случае (3.3.1), т.е. при вакууме на всех входах (рис. 12). Все использованные выше преобразования ортогональны, поэтому ланжевеновские корреляторы вида  $\langle \tilde{q}_i(\Omega) \tilde{q}_i(-\Omega) \rangle$ ,  $\langle p_i(\Omega) p_i(-\Omega) \rangle$ ,  $\langle \tilde{q}_i(\Omega) p_i(-\Omega) \rangle$  принимают вакуумные значения (3.3.1). При этом корреляторы вида  $\langle \tilde{q}_i(\Omega) p_i(-\Omega) \rangle = i/2$  не дают вклада, так как компенсируются средними  $\langle p_i(\Omega) \tilde{q}_i(-\Omega) \rangle = \langle \tilde{q}_i(\Omega) p_i(-\Omega) \rangle^* = -i/2$ , имеющими обратные знаки. Перекрестные корреляторы типа  $\langle \tilde{q}_0(\Omega) \tilde{q}_i(-\Omega) \rangle$  также не дают вклада.



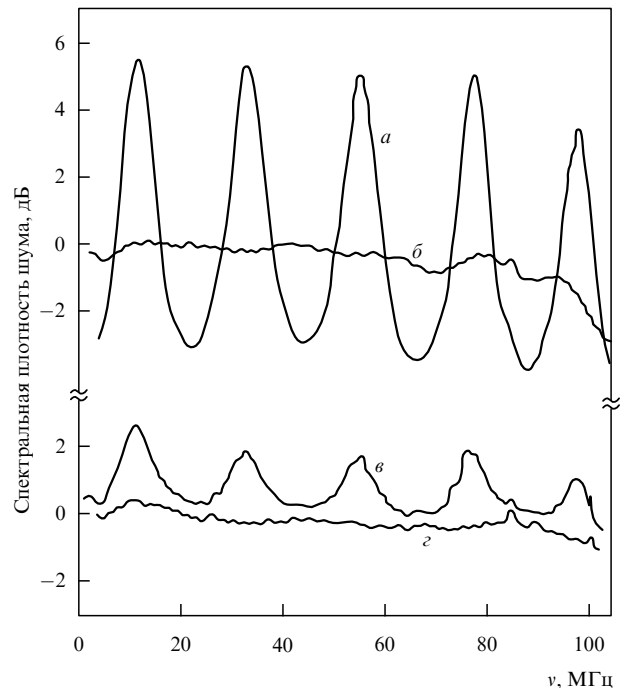
**Рис. 12.** Квантовые флуктуации амплитуды и фазы в различных точках системы. Флуктуации амплитуды внутренних полей между модулятором и детектором подавлены (без соответствующего увеличения флуктуаций фазы), но в меньшей степени, чем флуктуации тока. Выходные поля содержат избыточные флуктуации амплитуды, внесенные модулятором

В результате из (3.1.13) легко находим фактор Фано для тока

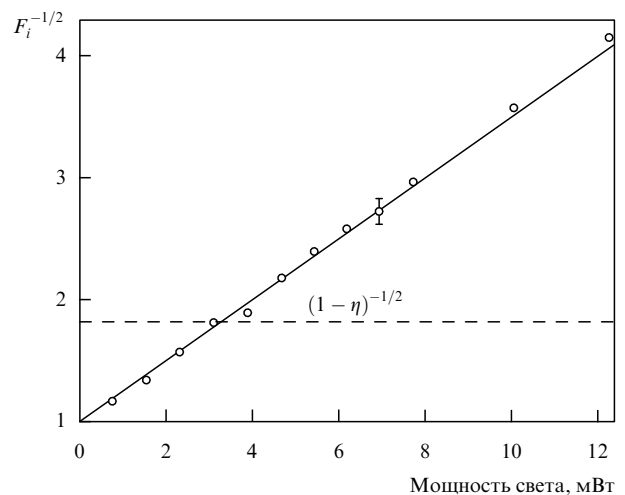
$$F_i(\phi_i) = 2 \langle q_i^2(\phi_i) \rangle = 2 |\gamma|^2 \langle \tilde{q}_i^2(\phi_i) \rangle = |\gamma|^2. \quad (3.3.2)$$

Спектральная плотность флуктуаций тока при этом равна  $\langle i^2(\Omega) \rangle = 2I_0 \langle q_i^2(\Omega, \phi_i) \rangle = I_0 |\gamma|^2$ . Таким образом, на частотах, на которых  $|\gamma(\Omega)| < 1$ , дробовой шум тока должен быть меньше шума, определяемого формулой Шоттки, что и наблюдалось, например, в экспериментах [12] (рис. 13). Функциональная связь  $F(I_0) = (1 + cI_0)^{-2}$ , где  $c$  — константа пропорциональности, была также подтверждена экспериментально в [12] (рис. 14).

Отметим периодическую зависимость эффекта подавления ФШ от фазы гомодинного поля за счет фактора  $\cos \phi_i$  в коэффициенте  $\beta$  (см. (3.1.11)) в полной аналогии со случаем "обычного" сжатого света (см. (2.3.14)) (в экспериментах [9–13] поле  $E_3$  отсутствовало, так что  $\phi_i = 0$ ).



**Рис. 13.** Наблюдавшиеся в [12] зависимости спектральной плотности флуктуаций фототока (в произвольных единицах) от частоты для внутреннего (а) и внешнего (б) детекторов. Зависимости (б) и (z) соответствуют дробовому уровню шумов. Периодичность изменения знака обратной связи (22 МГц) соответствует времени задержки в цепи обратной связи  $\tau = 45$  нс



**Рис. 14.** Связь между  $F_i^{-1/2}$  и мощностью света на детекторе [12]. Здесь  $F_i$  — относительная спектральная плотность шума фототока внутреннего детектора на частоте 18 МГц. Пунктирная линия — предельный уровень, следующий из (2.4.8) при  $\eta = 0,68$

Функция корреляции фототока определяется фурье-образом функции  $F(\Omega, \phi_i)$ :

$$\langle Q_i(t, \phi_i) Q_i(t', \phi_i) \rangle = \frac{1}{4\pi} \int d\Omega \exp[-i\Omega(t - t')] |\gamma(\Omega)|^2. \quad (3.3.3)$$

Для выходного поля согласно (3.1.14) и (3.3.1)

$$F_0(\phi = 0) = 1 + |v' \alpha \gamma|^2 = 1 + \frac{R'}{\eta_{\text{eff}} T'} \left| \frac{\beta}{1 + \beta} \right|^2,$$

$$F_0(\phi) = F_0(0) \cos^2 \phi + \sin^2 \phi = 1 + \frac{R' \cos^2 \phi}{\eta_{\text{eff}} T'} \left| \frac{\beta}{1 + \beta} \right|^2. \quad (3.3.4)$$

Таким образом, на оптическом выходе системы шум сверхпуассоновский (см. рис. 13), т.е. избыточный шум модулятора дает положительный вклад в суммарную дисперсию выходного поля в отличие от внутреннего поля (см. (3.3.6)). В то же время ФМ выходного поля остается на вакуумном уровне. Итак, выходное поле подобно сжатому свету имеет неодинаковую амплитудную и фазовую шумовую модуляцию, что можно обнаружить с помощью гомодинного детектора. Подбирая фазу и амплитуду гомодинного поля так, чтобы  $\phi = \pi/2$  (т.е. превращая избыточную АМ в ФМ), можно избавиться от избыточного амплитудного шума на выходе.

Это справедливо и для второго выходного поля  $E_r$ , "отраженного" от модулятора

$$F_r(\phi) = 1 + |\chi\alpha\gamma \cos \phi|^2 = 1 + \frac{\cos^2(\phi)T}{\eta_{\text{eff}} T'R} \left| \frac{\beta}{1 + \beta} \right|^2. \quad (3.3.5)$$

Найдем теперь ФШ внутренних полей. С помощью (3.1.14) и (3.3.1) получаем

$$F'(\phi = 0) = \frac{1 + |\beta|^2(1 - \eta_{\text{eff}} T')/\eta_{\text{eff}} T'}{|1 + \beta|^2},$$

$$F''(\phi = 0) = \frac{1 + |\beta|^2(1 - \eta_{\text{eff}})/\eta_{\text{eff}}}{|1 + \beta|^2}, \quad (3.3.6)$$

что совпадает, по существу, с результатами, полученными в [12, 17]. Отсюда  $F' - F'' \geq 0$ ,  $F'' - F_i \geq 0$ , т.е. относительные флуктуации поля на детекторе  $E''$  также подавлены, но меньше, чем у тока [12], и относительные шумы внутреннего поля  $E'$  уменьшаются при его прохождении через светоделитель или, вообще, поглотитель — вопреки правилу (2.4.7). Как уже говорилось, это результат неучитываемой в (2.4.7) корреляции падающих на светоделитель квантовых и избыточных шумов за счет ОС. В случае поглотителя или детектора имеется в виду корреляция падающего поля и феноменологических ланжевенских источников, вводимых в теорию для восстановления унитарности преобразования при наличии диссипации.

Пусть для простоты  $\beta^* = \beta$ ,  $\eta_{\text{eff}} = \eta$ , тогда  $F'' < 1$  при  $\beta < 2\eta/(1 - 2\eta)$ . Аналогично,  $F' < 1$  при  $\beta < 2\eta T'/(1 - 2\eta T')$ . Таким образом, при  $\eta T' < 0,5$  возможна парадоксальная ситуация: поле перед светоделителем (или, вообще, поглотителем) не сжато, "классическое", но в результате поглощения приобретает неклассический характер. Отметим, однако, что более последовательно определить неклассичность внутреннего поля в соответствии с (3.2.9) из условия  $F - \text{Re}(\gamma) < 0$ .

Согласно (3.3.6) при заданной эффективности детектора  $\eta$  имеется оптимальный коэффициент ОС  $\beta_{\text{opt}} = \eta/(1 - \eta)$ , дающий минимальный шум поля  $F'_{\text{min}} = 1 - \eta$  [12]. Таким образом, имеет место довольно неожиданное совпадение: минимальное значение фактора Фано для падающего на детектор внутреннего поля совпадает с минимальным значением фактора Фано для тока при отсутствии ОС и полном подавлении ФШ в падающем на детектор свете (см. (2.4.8)).

Полученные выше формулы согласуются с общими правилами преобразования шума светоделителем (2.4.6). Так, из (3.3.4), (3.3.6) при  $\phi_i = 0$  получаем закон сохранения суммы дисперсий (2.4.6а):  $F_0 + F'' = F' + F_3$  (здесь  $F_3 = 1$ ). Далее, (2.4.6в) при замене  $Q_1, Q'_1, Q_2, Q'_2 \Rightarrow q', q'', q_3, q_0$  принимает вид  $R' \langle :q'^2: \rangle - \langle :q_0^2: \rangle = 2u'v' \text{Re} \langle q'q_3 \rangle$ . С помощью (3.1.4), (3.1.7), (3.1.14) убеждаемся, что левая и правая части этого равенства, действительно, одинаковы.

Отметим, что фототок и сигнал на выходе светоделителя коррелированы, что также можно обнаружить в эксперименте. Согласно (3.1.14) при  $\phi_i = 0$

$$\langle q_0 q_i^+ \rangle = \gamma^* \langle (\tilde{q}_0 + v' \alpha \gamma \tilde{q}_i) \tilde{q}_i \rangle = \frac{1}{2} v' \alpha |\gamma|^2 = \frac{\beta |\gamma|^2 v'}{2u'u''}. \quad (3.3.7)$$

Пусть  $T' = R' = 1/\sqrt{2}$  и  $E_3 = 0$ . Из (2.4.5) следует, что разность огибающих сигналов на двух выходах светоделителя пропорциональна АМ-сигналу на входе 3:  $N''(t) - N_0(t) = E' Q_3(t)$ . Следовательно, если на входе 3 — вакуум, то эта разность, которую можно наблюдать, вычитая токи двух детекторов, будет обладать пуассоновскими флуктуациями (см. (2.4.6б)), что можно использовать для калибровки измерительного устройства [13]. В то же время по отдельности сигналы  $N''$  и  $N_0$  имеют, соответственно, суб- и суперпуассоновские характеристики.

Найдем теперь спектральную плотность боковых компонент когерентного поля, возникающих в результате модуляции. Для выходного поля при  $\phi_i = 0$  из (3.1.14) и (2.3.11а) следует

$$n_0(\Omega) = m(\Omega) = \frac{F_0(\Omega) - 1}{4} = \frac{R'}{4\eta T'} \left| \frac{\beta(\Omega)}{1 + \beta(\Omega)} \right|^2. \quad (3.3.8)$$

Спектр внутреннего поля и параметр  $m = \langle a(\Omega)a(-\Omega) \rangle$  найдем для простоты при условии  $T' = \eta = 1$ . При этом  $q' = q'' = q_i \equiv q = \gamma \tilde{q}$ , так что

$$\langle q^2 \rangle = \frac{1}{2} |\gamma(\Omega)|^2, \quad \langle p^2 \rangle = \frac{1}{2},$$

$$\langle q(\Omega)p(-\Omega) \rangle = \langle p(\Omega)q(-\Omega) \rangle^* = \frac{1}{2} i\gamma(\Omega). \quad (3.3.9)$$

Отсюда с помощью (2.3.11а) получаем

$$n(\Omega) = n(-\Omega) = \frac{1}{4} \left| \frac{\beta(\Omega)}{1 + \beta(\Omega)} \right|^2,$$

$$m = \frac{1}{4} \left( \frac{1 + 2i \text{Im} \beta(\Omega)}{|1 + \beta(\Omega)|^2} - 1 \right). \quad (3.3.10)$$

Пусть  $\beta = \beta^* \neq -1$ . Тогда согласно (3.3.10)

$$\frac{m}{n} = - \left( 1 + \frac{2}{\beta} \right). \quad (3.3.10a)$$

Отсюда при  $\beta > -1$  имеем  $|m|/n > 1$ , в то время как в классической теории это неравенство должно иметь обратный знак:  $|m|/n \leq 1$  (см. Приложение). Таким образом, внутреннее поле при наличии сколь угодно слабой ОС как положительной, так и отрицательной следует считать неклассическим. Отметим, что здесь, как и в случае обычного сжатого света (см. (2.5.4)),

параметр неклассичности  $|m|/n$  стремится к бесконечности при уменьшении степени сжатия.

Выразим  $F = 2\langle q^2 \rangle$  через  $m$  и  $n$  с помощью (2.3.11). Единица в (2.3.11) возникла из коммутатора  $[a, a^+] = 1$ . Ее замена на  $\text{Re}(\gamma)$  в соответствии с (3.2.9) дает

$$F = 2\langle q^2 \rangle = 2n + 2 \text{Re}(m + \gamma). \quad (3.3.11)$$

Подставляя сюда (3.3.10), снова получаем (3.3.2):  $F = |\gamma|^2$ . Из (3.3.11) и классического неравенства Коши–Шварца  $n \geq |m|$  следует  $F \geq \text{Re}(\gamma)$ . Отсюда следует еще одно условие неклассичности для внутреннего поля:  $F < \text{Re}(\gamma)$  (вместо обычного  $F < 1$ ).

Рассмотрим, наконец, случай, когда на вход 1 подается сильно сжатый свет, так что  $F_1 = 2\langle q_1^2 \rangle = 0$  и  $\langle q_1^2 \rangle = -1/2$  (такое начальное условие не имеет смысла в полуклассической теории, где  $F_1 > 1$ ). Согласно (3.3.1а) теперь  $\langle \tilde{q}_1^2 \rangle = (1 - \eta T' T)/2$  и  $\langle \tilde{q}_0^2 \rangle = (1 - TR')/2$ . Пусть  $E_3 = 0$ , тогда из (3.1.13) вместо  $F_i = |\gamma|^2$  получаем

$$F_i = 2|\gamma|^2 \langle \tilde{q}_i^2 \rangle = |\gamma(\Omega)|^2 (1 - \eta T' T). \quad (3.3.12)$$

Таким образом, флуктуации тока обнаруживают как ослабленное потерями начальное сжатие (фактор  $1 - \eta T' T$  (см. (2.4.7))), так и сжатие за счет ОС. Аналогично для флуктуаций выходного поля из (3.1.14) вместо (3.3.4) получаем (ср. (3.1.4))

$$F_0 = 2\langle \tilde{q}_0^2 \rangle + \frac{2R'}{\eta T'} \left| \frac{\beta}{1 + \beta} \right|^2, \quad (3.3.13)$$

$$\langle \tilde{q}_i^2 \rangle = 1 - TR' + \frac{R'(1 - \eta T' T)}{\eta T'} \left| \frac{\beta}{1 + \beta} \right|^2.$$

Слагаемое  $1 - TR'$  описывает ослабленное потерями начальное сжатие, не зависящее от ОС, а последнее слагаемое — избыточные шумы, вносимые ОС.

### 3.4. Наблюдение ФШ внутреннего поля

Согласно (3.3.4), (3.3.5) схема с ОС, рассмотренная в предыдущем разделе, не позволяет вывести сжатый внутренний свет наружу для практического применения. Далее, некоторые модели предсказывают для фактически наблюдаемых в данной схеме флуктуаций тока те же результаты, что и квантовая теория, но при этом внутреннее поле в цепи ОС не сжато, классично (см. раздел 3.6 и [19–21]). Возникает вопрос, можно ли, в принципе, обнаружить в эксперименте эффект сжатия внутреннего поля или оно является принципиально ненаблюдаемой "вещью в себе" и разногласия имеют стохастический характер?

Таким образом, имеются две связанные проблемы: возможность экспериментального исследования внутреннего поля на "сжатость" и возможность его вывода наружу без потери сжатия. Обе эти проблемы можно решить с помощью неразрушающих квантовых измерений [22–29].

Сначала мы качественно опишем возможный метод наблюдения флуктуаций внутреннего поля, использующий оптический эффект Керра (см. [15, 16, 24]), а потом подробнее остановимся на схеме с параметрическим "неразрушающим светоделителем" (раздел 2.5), решающей обе эти проблемы.

Преддетекторный светоделиТЕЛЬ на рис. 10, выводящий свет "наружу" из цепи ОС, вместе с дополнитель-

ным внешним детектором осуществляет "возмущающее" или "разрушающее" измерение потока энергии. Такое измерение благодаря вкладу вакуумных шумов  $Q_3$  из входного канала 3 восстанавливает обычный ФШ исходного лазерного света и, кроме того, обнаруживает некоторый избыточный шум, вносимый модулятором (см. (3.3.4)). Чтобы экспериментально обнаружить предполагаемую сжатость внутреннего поля, необходимо для вывода информации наружу использовать нелинейно-оптические устройства.

Вместо обычного светоделителя поместим в пучок внутреннего поля прозрачное вещество с большой кубической нелинейностью, например ячейку Керра с нитробензолом. Под действием светового поля имеет место оптический эффект Керра: показатель преломления вещества  $n$  изменяется пропорционально интенсивности внутреннего поля  $N'(t)$ , т.е. сигнал амплитудной модуляции света переносится на показатель преломления  $\Delta n(t) \propto N(t) \propto Q'(t)$ , где  $Q'$  — квадратурный (модулирующий) сигнал внутреннего поля.

Модуляцию показателя преломления вещества  $\Delta n(t)$  можно превратить в ФМ дополнительного, зондирующего пучка света (при этом последний вносит некоторую ФМ обратно во внутреннее поле, которая не влияет, однако, на ток детектора при  $\phi_i = 0$ ). Далее, ФМ зондирующего пучка преобразуется в АМ и детектируется. Флуктуации фототока будут содержать избыточную компоненту, пропорциональную АМ-шуму внутреннего поля  $\langle q'^2(\Omega, \phi) \rangle$ .

К сожалению, практическая реализация эффективных керровских невозмущающих детекторов затруднительна из-за слабости кубической нелинейности вещества.

Рассмотрим поэтому метод QND-преобразования за счет квадратичной нелинейности [26–29]. Заменим светоделиТЕЛЬ на рис. 10 на ПП с двумя светоделителями, описанной в конце раздела 2.5. После приведения обозначений в (2.5.10) в соответствии с рис. 10 вместо (3.1.2) получаем

$$q_0 = q', \quad p_0 = p' - 2fp_3, \quad (3.4.1)$$

$$q'' = q_3 + 2fq', \quad p'' = p_3$$

(здесь  $f = \sinh \Gamma$  — коэффициент параметрической связи). Таким образом, теперь  $Q$ -квadrатура выходного поля ПП дублирует ( $q_0 = q'$ )  $Q$ -квadrатуру внутреннего поля на выходе модулятора (без добавления сигнала  $q_3$  из входного вакуумного канала 3!), а сигнал "неразрушающего измерения" ( $q'' = q_3 + 2fq'$ ) используется для получения сигнала ошибки, зависящего от  $q'$  и  $q_3$ . Вкладом собственного шума ПП, пропорционального  $f^2$ , при достаточно сильной когерентной компоненте можно пренебречь. Подчеркнем, что ПП сам по себе никакого сжатия не производит: согласно (3.4.1) при разомкнутой цепи ОС  $F_0 = 1$  и  $F'' = 1 + 4f^2$ .

Выражение для  $q''$  в (3.4.1) при замене  $u' \Rightarrow 2f, v' \Rightarrow 1$  совпадает с использованным ранее выражением  $q'' = u'q' + v'q_3$  в случае обычного светоделителя (см. (3.1.2)). Следовательно, в (3.1.11) и (3.1.14) достаточно сделать замены (полагаем  $E_3 = \phi_0 = \phi_i = 0$ )

$$\beta = 2(uu'u''E_1)^2 k(\Omega) \exp(i\Omega\tau) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \beta = 2(2fuu''E_1)^2 k(\Omega) \exp(i\Omega\tau),$$



$$q' = \gamma \left[ \tilde{q}' - \frac{\beta}{u''u''} (u''v'q_3 + v''q_4) \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow q' = q_0 = \gamma \left[ \tilde{q}' - \frac{\beta}{2fu''} (u''q_3 + v''q_4) \right]. \quad (3.4.2)$$

Отсюда (ср. (3.3.4), (3.3.6)) находим фактор Фано на внешнем выходе ПП, совпадающий с фактором Фано для внутреннего поля

$$F_0 = F' = \frac{1 + |\beta|^2/4f^2\eta}{|1 + \beta|^2} = \frac{1 + |4uE_1k(\Omega)|^2}{|1 + \beta|^2}. \quad (3.4.3)$$

Формула (3.3.6) для  $F''$  остается без изменения.

Пусть  $\beta = \beta^*$ , тогда при  $\beta = 4f^2\eta$  сжатие максимальное:  $F_0 = 1/(1 + 4f^2\eta)$ . При  $\Gamma \gg 1$  получаем  $F_0 = \exp(-2\Gamma)/\eta$ , что отличается лишь множителем  $1/\eta$  от результата сжатия с помощью обычного ПП с одной поперечной модой (см. (2.5.3)).

Отметим, что соотношение неопределенностей (2.3.10) для выходного поля согласно (3.4.1) и (3.4.3) выполняется:

$$4\langle q_0^2 \rangle \langle p_0^2 \rangle \geq \frac{1 + 4f^2}{1 + 4f^2\eta} \geq 1. \quad (3.4.4)$$

Если ввести дополнительное поглощение света  $\eta_1$  перед внутренним детектором, поддерживая коэффициенты  $\beta$  и  $f$  постоянными, то  $\eta$  в числителе (3.4.3) заменяется на  $\eta\eta_1$ . В результате  $F_0$  увеличится. Относительная разность  $(F_0 - F_i)/F_i$ , пропорциональная согласно (3.4.3)  $1/\eta_1$ , характеризует эффект "диссипативного сжатия" — уменьшение относительных флуктуаций поля при поглощении (см. обсуждение после формулы (3.3.6)). Таким образом, этот эффект можно исследовать экспериментально, сравнивая шумы двух детекторов — внутреннего и невозмущающего внешнего (или двух невозмущающих внешних детекторов).

### 3.5. Обсуждение

Формальный расчет, проведенный в 3.1–3.4, несмотря на простоту использованных линейных алгебраических связей между спектральными компонентами полей и тока представляет некоторые трудности для интерпретации, которые уже упоминались во введении.

Парадокс с нарушением правила "поглощение уменьшает непуассоновость" формально разрешается без особого труда. Это правило подразумевает некоррелированность исходного поля и квантовых шумов, добавляемых при поглощении, в то время как ОС как раз и устанавливает такую корреляцию. Более необычен сам факт установления такой квантовой корреляции через макроскопический сигнал, управляющий модулятором. Повторим в упрощенном, схематическом виде логику расчета эффекта ОС.

Пусть  $T' = \eta = 1$  (т.е. светоделитель отсутствует и эффективность детектора равна единице), задержка  $\tau$  равна нулю и дополнительное гомодинное поле  $E_3$  также равно нулю (при этом  $\phi_i = 0$ ), так что все три внутренних поля совпадают ( $E' = E'' = E_i = E$ ;  $Q' = Q'' = Q_i = Q$ ). Пренебрежем также дисперсией электроники ( $k(\Omega) = k$ ). При этом основные связи (3.1.8) принимают вид

$$Q = \tilde{Q} - W, \quad P = \tilde{P}. \quad (3.5.1)$$

Здесь  $Q, P$  — самосогласованные значения операторов внутреннего поля между модулятором и детектором (без учета сильной когерентной составляющей  $E$ ),  $\tilde{Q}, \tilde{P}$  — операторы этого же поля при выключенной ОС, т.е. в отсутствие сигнала модуляции ( $-W$ ). (Знак минус дает отрицательную ОС.) Согласно (3.5.1) внутреннее поле образовано суперпозицией двух принципиально различных компонент — внешнего поля  $\tilde{Q}, \tilde{P}$ , дающего ФШ, и дополнительного поля ( $-W$ ), излучаемого классическим источником (правда, фактически модулятор не излучает дополнительные поля, а лишь перераспределяет падающие на него потоки, однако внутреннее поле этого "не знает").

Как известно, классический источник поля сохраняет когерентный характер состояния исходного поля [31]. В представлении Гейзенберга его влияние сводится к добавлению к оператору поля неоператорной части ( $-W$  в данном случае), совпадающей с классическим полем данного источника [31]. В результате преобразование (3.5.1) унитарно, и коммутатор сохраняется в неизменном виде:

$$[Q, P] = [\tilde{Q} - W, \tilde{P}] = [\tilde{Q}, \tilde{P}] = i. \quad (3.5.2)$$

Классический сигнал  $W(t)$ , шумовой или детерминированный, модулирует амплитуду  $E$  исходного когерентного поля. В случае стохастической модуляции из (3.5.1) находим дисперсию поля в виде:

$$\langle \overline{Q^2} \rangle = \langle \overline{(\tilde{Q} - W)^2} \rangle = \langle \overline{Q^2} \rangle + \overline{W^2}. \quad (3.5.3)$$

Здесь черта означает классическое усреднение (по ансамблю идентичных экспериментальных установок или, предполагая эргодичность, по времени) и  $\langle \overline{QW} \rangle = 0$ . Как и следовало ожидать, при суперпозиции независимых случайных величин их дисперсии суммируются (независимо от знака  $W$ ).

Но в рассматриваемой модели стохастичность модулирующего сигнала  $W$  связана с квантовыми флуктуациями тока детектора, т.е. надо полагать, что классической наблюдаемой  $W$  соответствует оператор  $Q$

$$W = \beta Q \quad (3.5.4a)$$

(здесь  $\beta$  — коэффициент передачи всей цепи). Введение подобного соотношения между  $c$ - и  $q$ -числами, т.е. возведение некоторого оператора в ранг *наблюдаемого* — неизбежный, по-видимому, этап любой квантовой модели. Он определяет внешнюю границу квантового объекта и перекидывает мост между квантовым формализмом и экспериментом. Выбор подходящего оператора обычно производится из неформальных, интуитивных соображений. Следующий шаг согласно принятым постулатам квантовой теории — наблюдаемые средние по времени приравняются квантовому среднему:

$$\overline{W} = \beta \langle Q \rangle, \quad \overline{W^2} = \beta^2 \langle Q^2 \rangle, \dots \quad (3.5.4b)$$

Подставляя последнее выражение в (3.5.3), находим

$$\langle \overline{Q^2} \rangle = \langle \tilde{Q}^2 \rangle + \beta^2 \langle \overline{Q^2} \rangle = \frac{1}{1 - \beta^2} \langle \tilde{Q}^2 \rangle, \\ \overline{W^2} = \frac{\beta^2}{1 - \beta^2} \langle \tilde{Q}^2 \rangle. \quad (3.5.5)$$

Следовательно, независимо от знака  $\beta$  ОС должна увеличивать флуктуации поля тока.

Однако эксперименты демонстрируют уменьшение флуктуаций тока (на некоторых частотах); они свидетельствуют в пользу функциональной связи  $\langle Q^2 \rangle = \langle \tilde{Q}^2 \rangle / (1 + \beta)^2$  (см. рис. 14). Очевидная ошибка нашего вывода — использованное в (3.5.3) предположение о том, что отсутствует корреляция классического управляющего сигнала и операторного внешнего поля. Чтобы ее учесть, поставим (3.5.4а) в (3.5.1) без усреднения:

$$Q = \tilde{Q} - \beta Q = \frac{\tilde{Q}}{1 + \beta}. \quad (3.5.6)$$

При  $\beta \gg 1$  имеем  $Q \approx 0$ , т.е. согласно (3.5.1)  $W \approx \tilde{Q}$  — модулирующий сигнал ( $-W$ ) полностью антикоррелирован с исходным квантовым шумом. С помощью (3.5.4а) мы исключили классический сигнал, так что здесь уже нет классической случайности. Производя далее квантовое усреднение, получаем согласующийся с экспериментом результат, зависящий от знака ОС:

$$\langle Q^2 \rangle = \frac{\langle \tilde{Q}^2 \rangle}{(1 + \beta)^2} = \frac{1}{2(1 + \beta)^2},$$

$$\langle W^2 \rangle = \frac{\beta^2}{2(1 + \beta)^2}. \quad (3.5.7)$$

Эксперименты [12] согласуются с этим результатом, полученным из линейной связи (3.5.4а) между макроскопическим сигналом  $W$  и оператором поля  $Q$ , т.е. с тем, что реальное макроскопическое напряжение на модуляторе принято пропорциональным (без квантового усреднения) гейзенберговскому квантовомеханическому оператору. Связь между неусредненными  $c$ - и  $q$ -числами  $W = \beta Q$  описывает процедуру квантового измерения, сохраняющего квантовую стохастичность (см. также обсуждение после формулы (2.5.14)).

В рассмотренной выше модели  $\eta = 1$ , так что огибающий сигнал падающего на детектор поля — оператор  $Q''$  — совпадал с классическим сигналом детектора  $Q_i$ . При этом маскируется различие между квантовыми и классическими сигналами. "Электронное" усиление  $Q_i \rightarrow kQ_i$  или разветвление (клонирование) электрического сигнала на выходе детектора не сопровождается появлением дополнительного квантового шума (в отличие от световых пучков), что свидетельствует о его классическом характере. С другой стороны, при разветвлении электронного потока в вакууме возникают, как известно, шумы разделения (в отсутствие пространственного заряда). Отсюда можно, по-видимому, сделать вывод, что сигнал  $Q_i$  можно клонировать или усиливать без его "порчи" лишь после перехода электронов из вакуума в металл, или, в более общей формулировке, после возбуждения коллективных степеней свободы макроскопического объекта. Последнее условие и определяет, по-видимому, момент изменения статуса, когда  $q$ -число становится  $c$ -числом (деквантуется). Но, с другой стороны, в рассматриваемой модели ток "реализует" квантовое измерение [15], воспроизводя при этом квантовую стохастичность.

Итак, при замыкании ОС модулирующий сигнал  $W(t)$  в исходном соотношении (3.5.1) играет роль гейзенберговского оператора. Связь (3.5.4а), как уже отмечалось

выше, изменяет стандартные коммутационные соотношения для внутренних полей  $E'(t)$  и  $E''(t)$  (при  $|t - t'| > \tau$ , см. (3.2.10)). Формально — это результат того, что внутреннее поле не свободно [15], т.е. имеется внешний источник поля, причем операторный. Роль источника в (3.5.1) играет слагаемое  $W(t)$ . В случае подачи на модулятор классического сигнала это слагаемое не изменяет коммутационные соотношения, но при учете (3.5.4а) эта инвариантность теряется. Это общее правило для взаимодействующих квантовых систем: взаимодействие изменяет динамику подсистем, что эквивалентно изменению функций Грина и связанных с ними коммутаторов (см. (3.2.11)). Особенность данного случая в том, что система взаимодействует (с задержкой  $\tau$ ) сама с собой, со своим прошлым.

Необычные свойства внутреннего поля оправдывает, по-видимому, введение для него специального названия, например, "сверхсжатый свет". Это название отражает основную особенность внутреннего поля — нарушение соотношения неопределенностей для квадратур (2.3.10) на некоторых частотах. Другой возможный термин — "антикоррелированный свет" [12] — отражает механизм сжатия: модуляция когерентной амплитуды стохастическим сигналом, изменяющимся в противофазе с квантовыми шумами, возникающими в детекторе.

Часто в квантовой оптике неунитарность феноменологических преобразований восстанавливают добавлением в динамические уравнения подходящих ланжевенских источников (например, описание процесса детектирования (3.3.3) при  $\eta \neq 1$ ). При описании модулятора это невозможно, так как модулятор может изменять лишь одну квадратуру поля, а при унитарном сжатии должны изменяться (в противоположные стороны) обе квадратуры так, чтобы не нарушалось соотношение неопределенностей (2.3.10).

### 3.6. Апостериорный подход

Будем исходить из следующего постулата: наблюдаемые в экспериментах "квантовые" флуктуации — результат процедуры *квантового измерения*, осуществляемой измерительной аппаратурой. Естественно принять, что и наблюдаемый дробовой шум фототока при освещении светом в когерентном состоянии — это квантовый шум измерения. Следовательно, бессмысленно говорить об априорном существовании ФШ, так как он рождается лишь "внутри" фотодетектора. При этом его можно адекватно учесть, как это обычно и делается, с помощью процедуры "дискретизации": переходу от непрерывных  $q$ -чисел (операторов поля) к множеству дискретных случайных классических событий  $\{t_i\}$  (см. раздел 2.2). Как следует из (2.2.12), эта процедура эквивалентна (при отсутствии ОС) замене нормально-упорядоченной функции корреляции интенсивности поля  $G_2$  на неупорядоченную  $G_2'$ . В результате можно все же при желании перенести шумы тока обратно в световой поток, рассматривая неупорядоченные функции корреляции. При этом ФШ объясняется некоммутативностью операторов поля.

До последнего времени казалось, что эти две точки зрения на ФШ — априорная и апостериорная — дают одинаковые наблюдаемые последствия и поэтому выбор между ними представлялся вопросом вкуса. Здесь мы покажем, что этот вывод неверен при описании внутреннего поля в цепи ОС.

Отметим, что процедура дискретизации является единственным источником наблюдаемого дробового шума тока и в полуклассических теориях (отличающихся от "апостериорных" квантовых лишь заменой квантовых функций корреляции на классические). Таким образом, излагаемое ниже "апостериорное" квантовое описание можно в равной степени считать и полуклассическим. Для простоты исходное состояние поля будет считаться когерентным, а дополнительное гомодинное поле  $E_3$  — отсутствующим; как и раньше, модуляция и демодуляция рассматриваются в линейном приближении.

Если не интересоваться статистикой амплитуды поля, его квадратур, а лишь флуктуациями его интенсивности, то можно использовать очень простое описание с помощью стохастического феноменологического уравнения для тока с ланжевеновской силой  $\tilde{q}_i$ . Согласно (3.1.8) относительная амплитуда шума на выходе детектора имеет вид

$$q_i = \tilde{q}_i - \beta, \quad q_i = \frac{\tilde{q}_i}{1 + \beta}, \quad (3.6.1)$$

где  $q_i = i(\Omega)/\sqrt{2I_0}$ ,  $i(\Omega)$  — переменная составляющая тока на частоте  $\Omega \neq 0$  на выходе детектора (которая теперь является  $c$ -числом),  $I_0 = i(0)$  — его постоянная составляющая,  $\beta$  — коэффициент ОС и согласно (2.2.13)  $\tilde{q}_i^2 = 1/2$ . Отсюда находим знакомое выражение для фактора Фано для тока (одинаковое в априорных и апостериорных моделях)

$$F_i = \frac{2\langle q_i^2 \rangle}{I_0} = \frac{1}{|1 + \beta|^2}. \quad (3.6.2)$$

На выходе модулятора относительный сигнал согласно (3.1.8) без учета квантового шума имеет вид  $q' = -(\beta/\sqrt{\eta T'})q_i$ , так что

$$\langle (q')^2 \rangle = \frac{1}{2\eta T'} \left| \frac{\beta}{1 + \beta} \right|^2. \quad (3.6.3)$$

Это избыточный шум, вносимый модуляцией. При детектировании внутреннего поля обычным детектором к нему добавится ФШ, который можно заранее учесть, добавив  $(\tilde{q}')^2 = 1/2$ . В результате фактор Фано для внутреннего поля между модулятором и светоделителем принимает вид

$$F' = 2[(q')^2 + (\tilde{q}')^2] = 1 + \frac{1}{\eta T'} \left| \frac{\beta}{1 + \beta} \right|^2. \quad (3.6.4)$$

Отсюда на двух выходах светоделителя с параметрами  $T'$ ,  $R'$  с помощью обычного правила (2.4.7) получаем

$$F'' = 1 + \frac{1}{\eta} \left| \frac{\beta}{1 + \beta} \right|^2, \quad F_0 = 1 + \frac{R'}{\eta T'} \left| \frac{\beta}{1 + \beta} \right|^2. \quad (3.6.5)$$

Последнее выражение совпадает с (3.3.4) и с результатами расчета других авторов (при замене  $R' \rightarrow \eta_0 R'$ , учитывающей эффективность внешнего детектора). Таким образом, расчеты всевозможными квантовыми и полуклассическими методами дают одинаковые результаты для параметров  $F_i$  и  $F_0$  наблюдаемых с помощью обычных детекторов. В то же время выражения для  $F'$  и

$F''$  в (3.6.4) и (3.6.5) существенно отличаются от полученных выше в (3.3.6). Они предсказывают теперь суперпуассоновские флуктуации внутренних полей, т.е. отсутствие сжатия. (Обычно параметры внутренних полей  $F'$  и  $F''$  в полуклассических расчетах игнорируются как ненаблюдаемые.)

### 3.7. Корпускулярная модель

Пусть на всех дополнительных входах на рис. 10 — вакуум. Если интересоваться лишь малыми флуктуациями  $\Delta N \equiv n$  интенсивности света  $N$  (игнорируя неодинаковую АМ- и ФМ-модуляцию на выходе) (см. рис. 12), то можно использовать простое наглядное описание в терминах пучков света с пуассоновскими исходными флуктуациями интенсивности  $\tilde{n}$ , изменяемыми под действием ОС. Пуассоновские флуктуации ассоциируются с хаотическим потоком частиц, поэтому такую модель можно назвать *корпускулярной*.

Заменяем индексы полей. Пусть индекс 0 относится теперь к исходному пуассоновскому потоку, 1 — к потоку после модулятора, 2 и 2' — к потокам на выходе светоделителя, 3 — к потоку электронов на выходе детектора, 4 — к усиленному электрическому сигналу, управляющему модулятором. Пусть  $N_j$  и  $n_j(\Omega)$  — соответственно постоянные составляющие и малые флуктуационные добавки на некоторой частоте, на которой можно пренебречь дисперсией цепи ОС. Для пуассоновских "затравочных" частей флуктуаций, которые мы обозначим через  $\tilde{n}_j$ , имеем спектральные плотности

$$\langle \tilde{n}_j^2 \rangle = N_j. \quad (3.7.1)$$

Обозначим коэффициенты передачи модулятора (в отсутствии сигнала), светоделителя, детектора и усилителя, соответственно, через  $T_0$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  и  $T_3$ , а вносимые этими устройствами шумы — через  $f_j$ ; при этом  $f_0$  и  $f_1$  описывают шумы "распределения потоков" при светоделении,  $f_2$  — шумы детектора (связанные с отличием  $T_2$  от 1),  $f_3$  — шумы усилителя. Модулятор в линейном приближении дает к потоку  $N_1$  шумовую добавку  $-2N_1 n_4$ , где  $N_1 = T_0 N_0$ . В результате потоки преобразуются следующим образом ( $R_j = 1 - T_j$ ):

$$N_{j+1} = T_j N_j, \quad n_{j+1} = T_j n_j + f_j - 2N_1 n_4 \delta_{j0}, \\ N'_2 = R_1 N_1, \quad n'_2 = R_1 n_1 + f_1. \quad (3.7.2)$$

Здесь входной поток  $N_0$  и, следовательно, его флуктуации  $\tilde{n}_0$ , а также собственные шумы электроники  $f_3$  считаются заданными.

Спектральную плотность источников шумов  $f_j$  при  $j = 0, 1, 2$  можно определить из условия сохранения "пуассоновости" (3.7.1):

$$\langle \tilde{n}_{j+1}^2 \rangle = T_j^2 \langle \tilde{n}_j^2 \rangle + \langle f_j^2 \rangle = T_j^2 N_j + \langle f_j^2 \rangle = N_{j+1} = T_j N_j. \quad (3.7.3)$$

Отсюда

$$\langle f_j^2 \rangle = T_j R_j N_j. \quad (3.7.4)$$

Таким образом, в настоящей модели вместо вакуумных амплитудных шумов на дополнительных входах системы (см. (2.4.6), (3.1.2), (3.1.3)) фигурируют феноменологические ланжевеновские силы  $f_j$  ( $j = 0, 1, 2$ ) и для общности добавлены еще шумы электронного усилителя  $f_3$ .

С учетом (3.7.2), (3.7.4) находим

$$\begin{aligned} n_1 &= \tilde{n}_1 - 2N_1 n_4, & n_2 &= \tilde{n}_2 - 2T_1 N_1 n_4, \\ n_3 &= \tilde{n}_3 - 2T_1 T_2 N_1 n_4, \\ n_4 &= T_3 \tilde{n}_3 + f_3 - 2T_1 T_2 T_3 N_1 n_4. \end{aligned} \quad (3.7.5)$$

В первых трех равенствах  $n_4$  надо заменить на одно из следующих эквивалентных выражений

$$\begin{aligned} n_4 &= f_3 + T_3 n_3 = f_3 + T_3 f_2 + T_3 T_2 n_2 = \\ &= f_3 + T_3 f_2 + T_3 T_2 f_1 + T_3 T_2 T_1 n_1. \end{aligned} \quad (3.7.6)$$

Обозначим  $\beta = 2T_1 T_2 T_3 N_1$ ,  $\gamma = 1/(1 + \beta)$ , тогда из (3.7.5), (3.7.6) следует

$$\begin{aligned} n_1 &= \gamma \left[ \tilde{n}_1 - \beta \left( \frac{f_1}{T_1} + \frac{f_2}{T_1 T_2} + \frac{f_3}{T_1 T_2 T_3} \right) \right], \\ n_2 &= \gamma \left[ \tilde{n}_2 - \beta \left( \frac{f_2}{T_1 T_3} + \frac{f_3}{T_2 T_3} \right) \right], \\ n_3 &= \gamma \left( \tilde{n}_3 - \beta \frac{f_3}{T_3} \right), & n_4 &= \gamma (T_3 \tilde{n}_3 + f_3), \\ n'_2 &= \tilde{n}'_2 - \gamma \beta R_1 \left( \frac{\tilde{n}_3}{T_1 T_2} + \frac{f_3}{T_1 T_2 T_3} \right). \end{aligned} \quad (3.7.7)$$

Это "корпускулярный" эквивалент динамических уравнений системы, полученных в разделе 3.1 (ср. формулы (3.1.13), (3.1.14)). Очевидно, что при учете шумов усилителя  $f_3$  лишь флуктуации  $n_4$  на его выходе подавляются неограниченно (при  $\beta \rightarrow \infty$ ).

Отсюда при учете (3.7.1), (3.7.4) находим

$$\begin{aligned} \langle n_1^2 \rangle &= \gamma^2 \left\{ N_1 \left[ 1 + \frac{\beta^2 (1 - T_1 T_2)}{T_1 T_2} \right] + \left\langle \left( \frac{\beta f_3}{T_1 T_2 T_3} \right)^2 \right\rangle \right\}, \\ \langle n_2^2 \rangle &= \gamma^2 \left\{ N_2 \left( 1 + \frac{\beta^2 R_2}{T_2} \right) + \left\langle \left( \frac{\beta f_3}{T_2 T_3} \right)^2 \right\rangle \right\}, \\ \langle n_3^2 \rangle &= \gamma^2 \left\{ N_3 + \left\langle \left( \frac{\beta f_3}{T_3} \right)^2 \right\rangle \right\}, \\ \langle n_4^2 \rangle &= \gamma^2 \{ T_3^2 N_3 + \langle f_3^2 \rangle \}, \\ \langle (n'_2)^2 \rangle &= N_2' + \gamma^2 \beta^2 \left[ \frac{N_2' R_1}{T_1 T_2} + \left\langle \left( \frac{f_3 R_1}{T_1 T_2 T_3} \right)^2 \right\rangle \right]. \end{aligned} \quad (3.7.8)$$

Пусть теперь  $f_3 = 0$ . Определим факторы Фано  $F_j = \tilde{n}_j^2 / N_j$ . Согласно (3.7.8)

$$\begin{aligned} F_1 &= \gamma^2 \left[ 1 + \frac{\beta^2 (1 - T_1 T_2)}{T_1 T_2} \right], & F_2 &= \gamma^2 \left( 1 + \frac{\beta^2 R_2}{T_2} \right), \\ F_3 &= \gamma^2, & F_2' &= 1 + \frac{\gamma^2 \beta^2 R_1}{T_1 T_2}. \end{aligned} \quad (3.7.9)$$

Эти выражения совпадают с полученными в разделе 3.3. Определим также с помощью (3.7.7) корреляцию

$$\langle n_3 n'_2 \rangle = -\gamma \left\langle \tilde{n}_3 \gamma \beta R_1 \frac{\tilde{n}_3}{T_1 T_2} \right\rangle = -\frac{\gamma^2 \beta N_3 R_1}{T_1 T_2}. \quad (3.7.10)$$

Поделив это выражение на  $2(N_2' N_3) = 2N_3 (R_1 / T_1 T_2)^{1/2}$ , получаем  $(1/2) \beta \gamma^2 (R_1 / T_1 T_2)^{1/2}$ , что с точностью до знака совпадает с (3.3.7).

Итак, для простейшей экспериментальной схемы корпускулярная модель дает те же результаты, что и теория, рассмотренная выше в разделах 3.1–3.5. Однако вряд ли с ее помощью можно описать неравную АМ- и ФМ-модуляцию выходного поля, варианты с фазовым модулятором и дополнительным гомодинным полем, а также с QND-детектированием. Вне рамок данной модели остается и объяснение аномального действия светоделителей и, вообще, поглотителей, помещенных в цепь ОС.

Применим теперь апостериорный подход. При этом исходные фотонные шумы  $f_0$  и шумы распределения фотонов  $f_1$ ,  $f_2$  отсутствуют. Пусть усилитель также бесшумен, тогда единственный источник шума — детектор. Полагая в (3.7.5)  $\tilde{n}_1 = \tilde{n}_2 = f_3 = 0$ , находим

$$\begin{aligned} n_1 &= -2N_1 n_4 = -\frac{\beta \gamma \tilde{n}_3}{T_1 T_2}, & n_2 &= -2T_1 N_1 n_4 = -\frac{\beta \gamma \tilde{n}_3}{T_2}, \\ n_3 &= \tilde{n}_3 - 2T_1 T_2 N_1 n_4 = \gamma \tilde{n}_3, \\ n_4 &= T_3 n_3, & n'_2 &= R_1 n_1. \end{aligned} \quad (3.7.11)$$

Используя  $\langle \tilde{n}_3^2 \rangle = N_3 = T_2 N_2 = T_2 T_1 N_1$ , находим

$$\begin{aligned} \langle n_1^2 \rangle &= \frac{(\beta \gamma)^2 N_1}{T_1 T_2}, & \langle n_2^2 \rangle &= \frac{(\beta \gamma)^2 N_2}{T_2}, \\ \langle n_3^2 \rangle &= \gamma^2 N_3, & \langle (n'_2)^2 \rangle &= \frac{(\beta \gamma)^2 N_2' R_1}{T_1 T_2}. \end{aligned} \quad (3.7.12)$$

Теперь все световые потоки  $n_1$ ,  $n_2$  и  $n'_2$  содержат лишь избыточные шумы, внесенные модулятором. Такие же модуляционные шумы фигурируют и в формулах (3.6.4), (3.6.5). Из (3.7.11) следует также и корреляция (3.7.10).

Итак, обе концепции ФШ в рамках корпускулярной феноменологической модели также приводят к одинаковым результатам при описании экспериментов с использованием обычных АМ-детекторов.

## 4. Заключение

Мы попытались изложить современные представления о природе ФШ, наблюдаемого с помощью аналоговых детекторов, о методах его описания, преобразования и подавления. В нашем обсуждении большую роль играют два сравнительно новых момента — идея неразрушающего измерения амплитуды светового поля (и тем самым интенсивности ФШ) и идея подавления ФШ с помощью электронной ОС.

Имеется принципиальное различие между квантовым Q, полуклассическим C и чисто классическим C\* описаниями ФШ и его подавления с помощью ОС.

В C\*-описании исходные поля уже содержат "реальную" шумовую компоненту с равными или неравными дисперсиями квадратур, которые изменяются под действием ОС. Это описание не претендует на истинность и лишь дает, в силу линейности рассматриваемой системы, полезные наглядные аналогии с квантовыми моделями.

В C-моделях необходимо искусственно вводить стохастичность с помощью ланжевеновского источника шума или постулируя моменты рождения фотоэлектронов в виде стохастического точечного процесса. При наличии ОС — это процесс с запаздывающим самовоздействием, которое осуществляется через классическое поле с управляемой фототоком интенсивностью. В

С-теориях возможное сжатие поля (как внешнего, так и внутреннего происхождения), а также идея неразрушающих измерений игнорируются.

При Q-описании имеются два варианта, которые дают существенно различные предсказания для экспериментов с электронной ОС и с неразрушающим детектированием.

В первом, апостериорном варианте  $Q_1$ , ФШ — квантовый шум измерения, возникающий при детектировании. В результате предсказания  $Q_1$ -модели совпадают с результатами С-теории: внутреннее поле под действием модулятора не сжимается, а, наоборот, получает избыточный шум.

Во втором, априорном варианте расчета  $Q_2$ , считается, что потенциальная стохастичность заложена в поле изначально и квантовые шумы возникают "автоматически" через некоммутативность его операторов. При этом постулируется, что наблюдаемые флуктуации тока определяются неупорядоченными операторами поля. Макроскопический усиленный фототок  $i(t)$  принимается пропорциональным оператору интенсивности поля (без квантового усреднения). ОС изменяет феноменологическую функцию Грина системы, тем самым она уменьшает (или увеличивает) некоммутативность операторов внутреннего поля и сжимает (растягивает) дисперсию одной квадратуры, не затрагивая ортогональную квадратуру. Рассмотренная здесь  $Q_2$ -модель, основанная на работе [15] и использующая представление Гейзенберга, предсказывает три новых эффекта (см. рис. 12): сам факт сжатия дисперсии одной из квадратур внутреннего поля [15], отсутствие соответствующего растяжения для второй квадратуры [15] ("сверхсжатие") и, наконец, увеличение сжатия при диссипации внутреннего поля на пути к детектору или при детектировании [12] (эффект "диссипативного сжатия"). Эти эффекты можно, по-видимому, наблюдать с помощью неразрушающих детекторов. Однако их расчет в представлении Шрёдингера будет иметь значительные трудности.

Отметим, что в эксперименте можно выйти за рамки линейных режимов модуляции, детектирования и усиления (линейность усиления заведомо нарушалась в [12] вблизи порога автоколебаний). Можно также использовать исходный свет в некогерентном состоянии. Теоретическое описание таких экспериментов должно представлять интересную нелинейную квантовую задачу.

Уместно подчеркнуть в заключение различие терминов *интерпретация* и *концепция*. Под интерпретацией обычно понимается удобное вербальное и наглядное (т.е. привычное) описание результатов математических расчетов в рамках уже апробированной модели. С другой стороны, концепции служат основанием для выбора той или иной частной модели, описывающей данный эксперимент или группу экспериментов. Далее, в рамках выбранной модели производится математический расчет измеряемых величин и сравнение с экспериментальными данными.

В современной квантовой оптике сложилась редкая ситуация, когда имеются две группы моделей для оптических систем с ОС, основанные на двух альтернативных концепциях. Для окончательного выбора между ними необходимо, очевидно, проведение критических экспериментов. Однако с учетом рассмотренной на рис. 5в, г, д последовательности экспериментальных схем, использующих "неразрушающий светодетектор, априорные

модели, несмотря на их парадоксальные особенности (см. введение), представляются более правдоподобными.

Авторы признательны В.Б. Брагинскому, Ю.И. Воронцову, С.Я. Килину и Л.И. Плимаку за многочисленные плодотворные дискуссии.

## 5. Приложение. Соотношение неопределенностей и неравенства Коши–Шварца для спектральных компонент

Пусть  $A, B$  — произвольные операторы,  $|\psi\rangle$  — произвольный вектор и  $z = x \exp(i\phi)$  — произвольное число. Определим также  $C = A + zB$  и  $|\psi'\rangle = C|\psi\rangle$ . Условие неотрицательности нормы вектора  $|\psi'\rangle$  имеет вид:

$$\begin{aligned} \langle \psi' | \psi' \rangle &= \langle C^+ C \rangle = \langle (A^+ + z^* B^+) (A + zB) \rangle = \\ &= \langle A^+ A \rangle + 2x \operatorname{Re} [\exp(i\phi) \langle A^+ B \rangle] + x^2 \langle B^+ B \rangle \equiv \\ &\equiv c + bx + ax^2 \geq 0. \end{aligned} \quad (\text{П.1})$$

Здесь угловые скобки означают усреднение с помощью  $|\psi\rangle$ . Квадратное уравнение относительно  $x$  должно иметь не более одного вещественного корня, т.е. должно выполняться условие  $4ac \geq b^2$ . Отсюда следует неравенство типа Коши–Шварца

$$\langle A^+ A \rangle \langle B^+ B \rangle \geq \{ \operatorname{Re} [\exp(i\phi) \langle A^+ B \rangle] \}^2. \quad (\text{П.2})$$

Правая часть максимальна при  $\phi = -\arg \langle A^+ B \rangle$ . При этом получаем максимальное ограничение снизу для левой части в виде

$$\langle A^+ A \rangle \langle B^+ B \rangle \geq |\langle A^+ B \rangle|^2 = |\langle B^+ A \rangle|^2. \quad (\text{П.3})$$

При  $\phi = 0$  или  $\phi = \pi$  получаем более мягкие в общем случае ограничения

$$\begin{aligned} \langle A^+ A \rangle \langle B^+ B \rangle &\geq (\operatorname{Re} \langle A^+ B \rangle)^2, \\ \langle A^+ A \rangle \langle B^+ B \rangle &\geq (\operatorname{Im} \langle A^+ B \rangle)^2. \end{aligned} \quad (\text{П.4})$$

Если  $A = A^+$  и  $B = B^+$ , то  $\operatorname{Im} \langle AB \rangle = -i(\langle AB \rangle - \langle AB \rangle^*) = -i\langle [A, B] \rangle$ .

Заменим  $A$  и  $B$  на  $\Delta A = A - \langle A \rangle$  и  $\Delta B = B - \langle B \rangle$ , тогда из последнего неравенства в (П.4) получаем обычное соотношение неопределенностей

$$\langle \Delta A^2 \rangle \langle \Delta B^2 \rangle \geq (i\langle [A, B] \rangle)^2. \quad (\text{П.5})$$

Рассмотрим два случая.

1. Примем  $A \equiv a(\omega_0 + \Omega) \equiv a(\Omega)$  и  $B^+ \equiv a(\omega_0 - \Omega) \equiv a(-\Omega)$ , где  $a, b$  — операторы рождения фотонов в модах с частотами  $\omega_0 \pm \Omega$ , тогда (П.3) в обозначениях раздела 2.3 принимает вид

$$n(\Omega) [n(\Omega) + 1] \geq |m(\Omega)|^2. \quad (\text{П.6})$$

Здесь для простоты принято, что  $n(\Omega)$  — четная функция и  $[a, a^+] = 1$  (т.е. использовано дискретное фурье-разложение).

В классической теории имеет место аналогичное неравенство для классических средних, но "единица" в левой части, образованная из коммутатора  $[a, a^+] = 1$ , отсутствует, так что (П.6) принимает вид

$$\left( \frac{|m(\Omega)|}{n(\Omega)} \right)_{\text{clas}} \leq 1. \quad (\text{П.6a})$$

Найденные из квантовых моделей или из экспериментов значения корреляторов  $m$ ,  $n$  удовлетворяют, конечно, (П.6), но при  $n(\Omega) < 1$  могут не удовлетворять (П.6а) (см. (2.5.4) и (3.3.10а)). Соответствующее излучение называют неклассическим.

2. Пусть теперь в (П.3)  $A \equiv q \equiv q(\Omega) = q^+(-\Omega)$  и  $B \equiv p \equiv p(\Omega) = p^+(-\Omega)$  — операторы квадратур, тогда получаем следующее ограничение для спектральных плотностей

$$\langle q^+q \rangle \langle p^+p \rangle \geq |\langle q^+p \rangle|^2 = |\langle pq^+ \rangle|^2. \quad (\text{П.7})$$

Поскольку операторы  $q$  и  $q^+$ , а также  $p$  и  $p^+$  коммутируют, то в классической теории аналогичное неравенство имеет такую же форму. Аналогично, полагая  $A \equiv q^+$ ,  $B \equiv p^+$ , получаем

$$\langle q^+q \rangle \langle p^+p \rangle \geq |\langle qp^+ \rangle|^2 = |\langle pq^+ \rangle|^2. \quad (\text{П.7а})$$

С учетом (2.3.11) из (П.7) получаем

$$\langle q^+(\Omega)q(\Omega) \rangle \langle p^+(\Omega)p(\Omega) \rangle \geq \frac{1}{4} [\text{Im}(m(\Omega))]^2 + [n(\Omega) - n(-\Omega) + 1]^2. \quad (\text{П.8})$$

Пусть  $m = m^*$  и  $n(\Omega) = n(-\Omega)$ , тогда окончательно находим

$$\langle q^+(\Omega)q(\Omega) \rangle \langle p^+(\Omega)p(\Omega) \rangle \geq \frac{1}{4}. \quad (\text{П.9})$$

## Список литературы

- Braginsky V B, Khalili F Y *Quantum Measurement* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1992)
- J. Opt. Soc. Am.* **B4** No. 10 (1987) (special issue)
- J. Mod. Opt.* **34** No. 6/7 (1987) (special issue)
- Teich M C, Salen B E A *J. Mod. Opt.* **34** 29 (1987); (*УФН* **161** 101 (1991))
- Смирнов Д Ф, Трошин А С *УФН* **153** 233 (1987)
- Yamamoto Y, Machida S, Imoto N, Kitagawa M, Bjork G J *Opt. Soc. Am.* **B4** 1645 (1987)
- Fabre C *Phys. Rep.* **219** 215 (1992)
- Kimble H J *Phys. Rep.* **219** 227 (1992)
- Machida S, Yamamoto Y *Opt. Commun.* **57** 290 (1986); Yamamoto Y, Imoto N, Machida S *Phys. Rev. A* **33** 3243 (1986)
- Фофанов Я А *Радиотехника и электроника* **33** 177 (1988)
- Фофанов Я А *Квантовая электроника* **16** 2593 (1989)
- Masalov A V, Putilin A A, Vasilyev M V *J. Mod. Opt.* **41** 1941 (1994); *Laser Phys.* **4** No. 4 (1994)
- Youn S-H, Jhe W, Lee J-H, Chang J-S *J. Opt. Soc. Am.* **B11** 102 (1994)
- Shapiro J H, Teich M C, Saleh B E A, Kumar P, Saplakoglu G *Phys. Rev. Lett.* **56** 1136 (1986)
- Shapiro J H, Saplakoglu G, Ho S-T, Kumar P, Salen B E A, Teich M C *J. Opt. Soc. Am.* **B4** 1604 (1987)
- Haus H A, Yamamoto Y *Phys. Rev. A* **34** 270 (1986)
- Трошин А С *Опт. и спектр.* **70** 662 (1991)
- Фофанов Я А *Опт. и спектр.* **70** 666 (1991)
- Milburn G J, Wiseman H M *Phys. Rev. A* **49** 1350 (1994)
- Plimak L I *Phys. Rev. A* **50** 2120 (1994); *Quantum Opt.* (to be published)
- Хорошко Д Б, Килин С Я *ЖЭТФ* **106** 1278 (1994)
- Braginsky V B, Vorontsov Y I, Thorne K S *Science* **209** 54 (1980)
- Grangier P *Phys. Rep.* **219** 121 (1992)
- Imoto N, Haus H A, Yamamoto Y *Phys. Rev. A* **32** 2287 (1985)
- Yurke B J *Opt. Soc. Am.* **B2** 732 (1985)
- Shelby R M, Levenson M D *Opt. Commun.* **64** 553 (1987)
- La Porta A, Slusher R E, Yurke B *Phys. Rev. Lett.* **62** 28 (1989)
- Levenson J A, Abram I, Rivera T, Fayolle P, Garreau J C, Grangier P *Phys. Rev. Lett.* **70** 267 (1993)
- Pereira S F, Ou Z Y, Kimble H J *Phys. Rev. Lett.* **72** 214 (1994)
- Masalov A V, Putilin A A, Vasilyev M V, in *Quantum communications and measurement* (Eds V P Belavkin, O Hirota, R L Hudson) (N.Y.: Plenum Press, 1995) p. 511
- Глаубер Р *Квантовая оптика и квантовая радиофизика* (М.: Мир, 1966)
- Клышко Д Н *УФН* **164** 1187 (1994)
- Klyshko D N *Phys. Lett.* **A137** 334 (1989)
- Yuen H P, Chan V W S *Opt. Lett.* **8** 177 (1983); **8** 345 (1983)
- Shapiro J H *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-21** 237 (1985)
- Клышко Д Н *Физические основы квантовой электроники* (М.: Наука, 1986)
- Heidman A, Horowicz R J, Reynaud S, Giacobino E, Fabre C, Camy G *Phys. Rev. Lett.* **59** 2555 (1987)
- Klyshko D N *Phys. Lett.* **A146** 471 (1990)
- Ахманов С А, Дьяков Ю Е, Чиркин А С *Введение в статистическую радиофизику и оптику* (М.: Наука, 1981)
- Ахманов С А, Белинский А В, Чиркин А С *Опт. и спектр.* **66** 738 (1989)
- Klyshko D N *Phys. Lett.* **A146** 93 (1990)
- Belinsky A V, Klyshko D N *Laser Phys.* **2** 112 (1992)
- Белинский А В, Клышко Д Н *УФН* **163** 1 (1993)
- Belinsky A V, Klyshko D N *Phys. Lett.* **A166** 303 (1992)

## PHOTON NOISE: OBSERVATION, SQUEEZING, INTERPRETATION

### D.N. Klyshko

M.V. Lomonosov Moscow State University, Physics Department,  
Vorob'evy gory, 119899 Moscow  
Tel. (7-095) 939-1104

E-mail: dnk@klyshko.phys.msu.su

### A.V. Masalov

P.N. Lebedev Physical Institute, Russian Academy of Sciences,  
Leninskii prosp. 53, 117924 Moscow  
Tel. (7-095) 132-6760

E-mail: masalov@qoma.fian.msk.su

A review of modern concepts of photon noise (PN), which is observed even in the case of an ideal laser, is presented. The methods of transformation, squeezing, and nondestructive observation of PN, are described. The optical nondestructive methods seem to be very important for the interpretation of PN. The experiments with PN suppression by negative electron feedback are analysed in detail with two alternative approaches, which could be called the *a priori* and *a posteriori* concepts. According to the first approach, PN exists in the laser beam from the beginning, while according to the second one it appears only in the detectors. The theory based on the *a priori* concept predicts the squeezing of the in-loop field — in contrast to the *a posteriori* concept. Several possible crucial experiments based on the nondestructive methods are discussed.

PACS numbers: 42.60.Mi

Bibliography — 44 references

Received 24 April 1995, revised 5 July 1995