

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

530.145

**ПРОСТОЙ МЕТОД ПРИГОТОВЛЕНИЯ ЧИСТЫХ СОСТОЯНИЙ
ОПТИЧЕСКОГО ПОЛЯ, РЕАЛИЗАЦИИ ЭКСПЕРИМЕНТА ЭЙНШТЕЙНА,
ПОДОЛЬСКОГО, РОЗЕНА И ДЕМОНСТРАЦИИ ПРИНЦИПА
ДОПОЛНИТЕЛЬНОСТИ*)**

Д. Н. Клышко

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	133
2. Оператор рассеяния	135
3. Импульсное представление	136
4. Пространственно-временное описание	138
5. Связь теории с экспериментом	139
6. Различные интерпретации	141
7. Отбор подансамблей и скрытые параметры	143
8. Влияние через общее прошлое	144
9. Парадокс Эйнштейна — Подольского — Розена	145
10. Копенгагенская интерпретация	146
11. Редукция волновой функции	148
12. Квантовая корреляция и передача информации	149
13. Заключение	150
Список литературы	151

Каждый физик думает, что он знает, что такое фотон. Я потратил всю жизнь, чтобы узнать, что такое фотон, и до сих пор этого не знаю.

А. Эйнштейн

1. ВВЕДЕНИЕ

Рассмотрим следующий эксперимент (рис. 1), легко осуществимый в оптическом диапазоне. Плоская волна накачки с частотой ω_0 и волновым вектором \mathbf{k}_0 возбуждает прозрачный пьезокристалл, который за счет своей нелинейной поляризуемости излучает коррелированные пары фотонов («бифотоны») по схеме $\omega_0 \rightarrow \omega_1 + \omega_2$, $\mathbf{k}_0 \rightarrow \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2$. Излучение обычно имеет широкий спектр и довольно высокую направленность — порядка 10° . Этот эффект называется *спонтанным параметрическим рассеянием* (СПР) или, иначе, *спонтанным параметрическим преобразованием частоты вниз*. Корреляция регистрируется с помощью двух счетчиков фотонов ФЭУ, расположенных в точках \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 , и схемы совпадений.

Если детекторы находятся в дальней зоне кристалла или в фокальной плоскости объектива, то они регистрируют фотоны с определенными направ-

*) Статья основана на докладе, сделанном автором на заседании семинара памяти Р. В. Хохлова в МГУ 23 мая 1986 г.

лениями вылета, и корреляция их показаний будет наблюдаться лишь при $\mathbf{p}_1 = -\mathbf{p}_2$, где $\mathbf{p} \equiv \mathbf{k}_\perp \equiv \{k_x, k_y\}$. Эту связь можно рассматривать как следствие закона сохранения поперечного импульса фотонов, имеющего место ввиду предполагаемой однородности модели в поперечной плоскости (вектор \mathbf{k}_0 параллелен оси z и перпендикулярен плоскопараллельному кристаллу).

Если же детекторы расположены в непосредственной близости к плоскому кристаллу или в области его изображения, образованного собирающей линзой, то корреляция отсчетов должна наблюдаться лишь в близко распо-

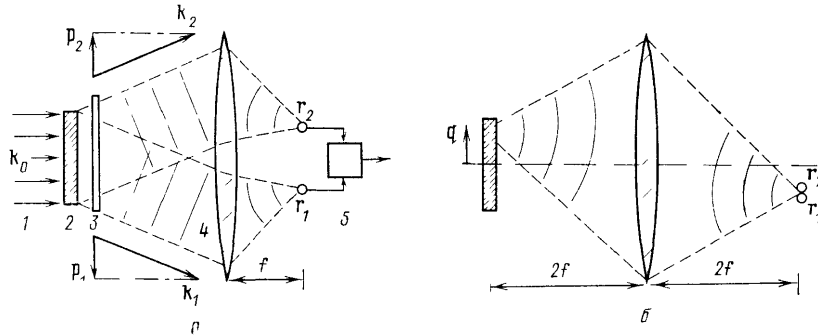


Рис. 1. Схема эксперимента, демонстрирующего принцип дополнительности при изменении поперечных координат \mathbf{q} и импульсов \mathbf{p} двух фотонов.

a—При расположении детекторов в фокальной плоскости объектива измеряются направления вылета фотонов, т.е. их поперечные импульсы $\mathbf{p}_1 = -\mathbf{p}_2$; 1—падающая волна («накачка»), 2—нелинейный кристалл, 3—фильтр накачки, 4—объектив с фокусным расстоянием f ; 5—схема совпадения. *б*—При расположении детекторов в области действительного изображения плоского кристалла измеряется координата общей точки рождения фотонов $\mathbf{q} = -\mathbf{q}_1 = -\mathbf{q}_2$

ложенных точках с почти совпадающими поперечными координатами: $\mathbf{q}_1 = -\mathbf{q}_2$, где $\mathbf{q} \equiv \mathbf{r}_\perp \equiv \{x, y\}$. Этот эффект «поперечной группировки» фотонов объясняется локальностью взаимодействия, приводящей к излучению обоих фотонов-близнецов из одной общей точки кристалла.

Таким образом, в зависимости от продольных координат детекторов z_n наблюдается корреляция или поперечных импульсов, или поперечных координат фотонов. Собственно, второй детектор излишен, он не дает новой информации: наблюдая отсчет в «дальнем» детекторе 1 с координатой r_1 , мы уверены, что оставшийся фотон имеет около кристалла плоский фазовый фронт с определенной поперечной составляющей волнового вектора, равной $\mathbf{p}_2 = -\mathbf{q}_1 k_1 / r_1$ (предполагается, что модуль волнового вектора известен). Аналогично после появления отсчета в «ближнем» детекторе 1' с координатой \mathbf{q}'_1 мы знаем, что из этой же точки вылетел второй фотон со сферическим фазовым фронтом.

Меняя продольную координату детектора 1 (или наблюдая поочередные отсчеты в двух детекторах 1 и 1'), мы косвенно измеряем то поперечную координату, то импульс второго фотона, никак на него не воздействуя. Иначе говоря, мы изготавливаем фотоны с заранее заданной начальной кривизной волнового фронта. Чтобы избавиться от «лишних» фотонов, появляющихся из-за конечной апертуры и не 100%-ной эффективности детектора 1, можно установить на пути второго фотона оптический затвор, открываемый в соответствующий момент времени усиленным выходным импульсом детектора 1.

Рассмотренная ситуация воспроизводит мысленный эксперимент Эйнштейна, Подольского и Розена¹ (ЭПР), предложенный ими около 50 лет назад для доказательства неполноты квантового описания физической реальности (обсуждение парадокса ЭПР см., например, в²⁻⁹). Однако по иронии истории сейчас подобные эксперименты рассматриваются как непосредственное доказательство правильности квантового описания. В них наиболее ярко про-

является принцип дополнительности Бора² или — согласно формулировке Фока¹⁰ — *принцип относительности к средствам наблюдения*. По Бору фотонам в паре до появления отсчета нельзя приписать какие-либо атрибуты, например направление распространения или координату точки рождения, частоту или время рождения.

К настоящему времени уже осуществлен ряд модифицированных ЭПР-экспериментов (см.^{9, 11–13}), в которых дополнительными наблюдаемыми являются ортогональные компоненты спина (фотонов или протонов). Эти эксперименты привлекают большое внимание, поскольку в них обнаружено нарушение неравенств Белла¹⁴, что означает неприменимость теории скрытых параметров (локального типа) и подтверждает квантовые правила вычисления вероятностей. Пары фотонов в этих экспериментах генерируются при каскадных переходах в свободных атомах¹¹ или при аннигиляции позитрония^{6, 9}, поэтому поляризация фотонов до измерения не определена, но между измеряемыми поляризациями фотонов одной пары имеется жесткая корреляция (вследствие закона сохранения момента). При этом угловая корреляция между направлениями вылета фотонов является обычно слабой, а точки рождения фотонов одной пары всегда коррелированы.

В отличие от этого при СПР тип поляризации фиксирован, но имеется довольно жесткая корреляция или между точками рождения, или между импульсами фотонов (связанная соответственно с локальностью нелинейности кристалла и с макроскопическими размерами когерентно излучающей области $a_0^2 l$, где a_0 — радиус пучка накачки и l — длина кристалла), а также между моментами рождения фотонов или их частотами. Таким образом, эффект СПР позволяет осуществить новый тип ЭПР-эксперимента — с непрерывным спектром взаимно дополнительных наблюдаемых q и p (в соответствии с первоначальной идеей ЭПР), а также, в принципе, ω и t . Важной особенностью СПР являются высокая направленность и интенсивность излучения, которое можно наблюдать визуально при средней мощности накачки менее 0,1 Вт.

Будем считать, что накачка осуществляется отдельными идентичными и когерентными (по Глауберу¹⁵) импульсами с длительностью $2\tau_0 \gg 1/\omega_0$, тогда после прохождения через кристалл каждого импульса накачки поле рассеяния переходит из состояния вакуума $|0\rangle$ в определенное практически чистое «бифотонное» состояние $|2\rangle$. Мы получаем при этом довольно необычную возможность изготовления существенно квантового объекта — оптического поля — в чистом состоянии с макроскопическими масштабами когерентности. В варианте эксперимента с оптическим затвором фактически изготавливаются однофотонные состояния $|1\rangle$, что представляет не только методический интерес, но и дает новые возможности для квантовой фотометрии^{16–19}, передачи информации и т. д.^{20–22}.

Ниже следуют несложное теоретическое описание эксперимента и его различные интерпретации. Корреляция фотонов при СПР для случая дальней зоны анализировалась в ряде работ^{16, 17, 23–25}. Соответствующие эксперименты описаны в^{26–28}. Некоторые особенности ближнего поля СПР рассматривались в^{18, 29}. В настоящей работе теория СПР представлена в наглядной пространственно-временной форме, иллюстрирующей парадокс ЭПР и принцип дополнительности. Рассматриваемая модель отличается простотой и в экспериментальном, и в теоретическом плане, она представляется оптимальной для обсуждения «вечных» вопросов и уточнения понятий, связанных с ЭПР-парадоксом, — таких, как детерминизм, причинность, локальность, дальное действие, элемент физической реальности и т. д.⁸.

2. ОПЕРАТОР РАССЕЙЯНИЯ

В нелинейном прозрачном кристалле без центра симметрии плотность энергии макрополя содержит слагаемое $-EP^{(2)}$, где $P^{(2)} = \chi E^2$ — квадратичная поляризация, поэтому можно исходить из следующего феноменологиче-

ского гамильтониана взаимодействия мод поля ¹⁷:

$$V(t) = -\frac{1}{2} \int d^3r \chi E_0^{(+)}(\mathbf{r}, t) [E^{(-)}(\mathbf{r}, t)]^2 + \text{э.с.}; \quad (2.1)$$

здесь χ — свертка тензора квадратичной поляризуемости кристалла с ортами поляризации поля (зависимостью χ от частоты и направления поля пренебрегаем), E_0 и E — операторы напряженности полей накачки ($\omega \sim \omega_0$) и рассеяния ($\omega < \omega_0$) в представлении взаимодействия, индексы \pm относятся к положительно- и отрицательночастотным частям ¹⁵. Быстро осциллирующие слагаемые (в 2.1) не учитываются. Предполагается, что условие фазового синхронизма $\mathbf{k}_0 \approx \mathbf{k} + \mathbf{k}'$ выполняется лишь для необыкновенных волн накачки и обыкновенных рассеянных волн. Заметим, что эффективный гамильтониан с исключенными операторами вещества (2.1) дает в области прозрачности кристалла практически те же результаты, что и обычная теория возмущения для трехфотонных процессов ¹⁷ или другие формы теории возмущения ²⁴.

Эффект СПР описывается оператором рассеяния, взятым в линейном приближении (см., например, ¹⁷):

$$S(t, t_0) = 1 + (i\hbar)^{-1} \int_{t_0}^t dt' V(t'). \quad (2.2)$$

Этот оператор определяет возмущенную волновую функцию поля в представлении взаимодействия $|t\rangle$ через начальную волновую функцию $|t_0\rangle$, а также связывает операторы в представлениях Гейзенберга и взаимодействия:

$$|t\rangle = S |t_0\rangle, \quad E_{\Gamma} = S^{\dagger} E S. \quad (2.3)$$

Пусть начальное состояние поля соответствует когерентному состоянию ¹⁵ мод накачки *) с собственным значением $\xi_0(\mathbf{r}, t)$, тогда можно заменить операторы $E_0^{(\pm)}$ на классические величины $\xi_0^{(\pm)}$ (в нормальных по $E_0^{(\pm)}$ моментах). Будем считать накачку импульсной — отличной от нуля внутри кристалла лишь в интервале времени от $-\tau_0$ до τ_0 , тогда при $t > \tau_0$ волновая функция $|t\rangle \equiv | \rangle$ и оператор рассеяния перестают зависеть от времени:

$$S = 1 + \frac{i}{2\hbar} \left(\hat{\chi}_1^{(+)} E_1^{(-)2} + \hat{\chi}_1^{(-)} E_1^{(+2)} \right) \equiv 1 + S^{(1)}; \quad (2.4)$$

здесь $E_1 \equiv E(x_1)$, $x_1 \equiv \{\mathbf{r}_1, t_1\}$; интегральные операторы $\hat{\chi}_1^{(\pm)}$ действуют по правилу

$$\hat{\chi}_1^{(\pm)} f(x_1) \equiv \chi \int d^4 x_1 \xi_0^{(\pm)}(x_1) f(x_1) \quad (2.5)$$

(интегрирование проводится по возбужденному объему кристалла a_0^{2l} и интервалу времени от $-\tau_0$ до τ_0). Формула (2.4) вместе с (2.3) определяет все характеристики поля рассеяния, возникающего в результате прохождения импульса накачки через кристалл. При этом к начальному состоянию поля $|t_0\rangle$ за счет операторов $E^{(\pm)}$ добавляется некоторая малая примесь $S^{(1)} |t_0\rangle$, не зависящая от времени (в представлении взаимодействия при $t > \tau_0$).

3. ИМПУЛЬСНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ

Чтобы перейти к импульсному представлению, выразим операторы $E^{(\pm)}$ через операторы рождения $a_{\mathbf{k}}^{(-)} \equiv a_{\mathbf{k}}^{(-)}$ и уничтожения $a_{\mathbf{k}}^{(+)} \equiv a_{\mathbf{k}}$ фотонов в моде \mathbf{k} :

$$E^{(\pm)}(x) = \sum_{\mathbf{k}} u_{\mathbf{k}}^{(\pm)}(x) a_{\mathbf{k}}^{(\pm)}(x), \quad u_{\mathbf{k}}^{(\pm)}(x) \equiv \pm \frac{i}{2\pi} (\hbar\omega_{\mathbf{k}})^{1/2} e^{\pm i\mathbf{k}x}; \quad (3.1)$$

*) К более общему случаю можно перейти, усредняя конечные результаты с помощью P -представления матрицы плотности ¹⁵.

здесь $kx \equiv \mathbf{k}\mathbf{r} - \omega_{\mathbf{k}}t$, $\omega_{\mathbf{k}} \equiv c|\mathbf{k}|/n_{\mathbf{k}}$, $n_{\mathbf{k}}$ — показатель преломления кристалла, длина квантования выбрана равной 2π (при этом $\sum_{\mathbf{k}} \dots = \int d^3k \dots$). Отличие $n_{\mathbf{k}}$ от 1 для простоты будет учитываться лишь в разности $\mathbf{k}_0 - \mathbf{k} - \mathbf{k}'$. Суммирование по \mathbf{k} в (3.1) и следующих ниже формулах проводится только по модам с частотами, меньшими $\omega_0 - (1/\tau_0)$.

Пусть начальное состояние поля (не считая мод накачки) вакуумное: $|t_0\rangle = |0\rangle$, тогда под действием импульса накачки и оператора $E^{(+)}$ (см. (2.4)) поле перейдет в «бифотонное» *) состояние $|2\rangle$. При этом амплитуда вероятности появления по одному фотону в модах \mathbf{k} и \mathbf{k}' равна матричному элементу оператора рассеяния S , связывающему начальное состояние $|0\rangle$ с конечным двухфотонным состоянием:

$$|\mathbf{k}\mathbf{k}'\rangle = |\mathbf{k}'\mathbf{k}\rangle \equiv a_{\mathbf{k}}^+ a_{\mathbf{k}'}^+ |0\rangle = \dots |1\rangle_{\mathbf{k}} \dots |1\rangle_{\mathbf{k}'} \dots |0\rangle_{\mathbf{k}''} \dots \quad (3.2)$$

(случай $\mathbf{k} = \mathbf{k}'$ можно не принимать во внимание ввиду подразумеваемого интегрирования по модам). Согласно (2.4) и (3.1)

$$\langle \mathbf{k}\mathbf{k}' | S | 0 \rangle = \langle \mathbf{k}\mathbf{k}' | 2 \rangle = \frac{(\omega_{\mathbf{k}} \omega_{\mathbf{k}'})^{1/2}}{4\pi^2 i} \hat{\chi}_1^{(+)} \exp[-i(k+k')x_1]. \quad (3.3)$$

Множество векторов $|\mathbf{k}\mathbf{k}'\rangle$ образует ортонормированный базис «двухфотонного» подпространства (общего гильбертова пространства состояний поля), к которому принадлежит и вектор $|2\rangle - |0\rangle$:

$$|2\rangle = |0\rangle + \sum'_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} |\mathbf{k}\mathbf{k}'\rangle \langle \mathbf{k}\mathbf{k}' | 2 \rangle. \quad (3.4)$$

Штрих при знаке \sum означает, что слагаемые, отличающиеся перестановкой индексов \mathbf{k} и \mathbf{k}' , надо учитывать один раз ввиду неразличимости фотонов в паре. Итак, поле переходит из состояния вакуума в бифотонное состояние $|2\rangle$, которое можно представить как суперпозицию вакуума $|0\rangle$ и двухфотонных состояний $|\mathbf{k}\mathbf{k}'\rangle$.

Амплитуда $\langle \mathbf{k}\mathbf{k}' | 2 \rangle$ состояния $|\mathbf{k}\mathbf{k}'\rangle$ имеет, согласно (3.3), заметную величину лишь для множества пар мод, удовлетворяющих условию синхронизма:

$$|\omega_{\mathbf{k}} + \omega_{\mathbf{k}'} - \omega_0| \tau_0 \ll 1, \quad |\mathbf{p} + \mathbf{p}'| a_0 \ll 1, \quad |k_z + k'_z - k_0| l \ll 1 \quad (3.5)$$

(здесь $\mathbf{p} \equiv \{k_x, k_y\}$). Это условие дает определенную связь ω (ϑ) между частотой и углом рассеяния $\vartheta \equiv \arcsin(p/k)$. Нас будет интересовать случай, когда условие синхронизма выполняется в области $\omega \sim \omega_0/2$ в некотором интервале углов рассеяния от нуля до ϑ_m (рис. 2). Обычно $\vartheta_m \sim 5-10^\circ$, так что применимо квазиоптическое приближение.

Квадрат амплитуды $\langle \mathbf{k}\mathbf{k}' | 2 \rangle$ имеет смысл совместной вероятности появления по одному фотону в модах \mathbf{k} и \mathbf{k}' . Умножая его на плотность мод, получаем плотность вероятности обнаружения фотонов в единичных интервалах частоты и телесного угла:

$$\frac{dP(\mathbf{k}\mathbf{k}')}{d\omega d\omega' d\Omega d\Omega'} = |\langle \mathbf{k}\mathbf{k}' | 2 \rangle k k' c^{-1}|^2. \quad (3.6)$$

Отметим, что импульсное представление непосредственно описывает только эксперименты, в которых детекторы расположены в дальней зоне в направлениях \mathbf{k} и \mathbf{k}' . При обычных видах спонтанного рассеяния на отдельных частицах можно ограничиться рассмотрением только этого случая, так как понятие ближней зоны имеет смысл лишь при макроскопических размерах когерентно излучающего объема. В этом отношении СПР при лазерной накач-

*) Мы используем этот термин для того, чтобы отличить реальное многомодовое состояние $|2\rangle$ от базисного стационарного состояния с двумя возбужденными модами $|\mathbf{k}\mathbf{k}'\rangle$.

ке является уникальным протяженным источником счетного числа оптических фотонов с плоскими и сферическими фронтами произвольной начальной кривизны и ориентации (см. ниже). Заметим, что СПР является обратимым процессом — направив бифотоны на второй нелинейный кристалл,

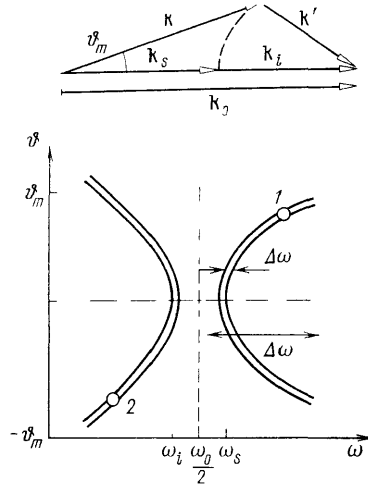


Рис. 2. Частотно-угловой спектр $\omega(\vartheta)$ параметрического рассеяния определяется условиями синхронизма (сохранение энергии и импульса при взаимодействии трех фотонов), дисперсией показателя преломления и двупреломлением кристалла.

При определенной ориентации последнего имеет место коллинеарный синхронизм на частотах ω_s и ω_i , близких к половинной частоте накачки $\omega_0/2$ ($\vartheta_m \sim 5-10^\circ$ — максимальный угол рассеяния, $\Delta\omega$ — общая полоса частот, $\Delta\omega_l$ — полоса частот, излучаемых в узком интервале направлений, пунктирная и штрихпунктирная линии — границы между спектрами сигнального и холостого фотонов при частотной и угловой фильтрации соответственно; точки 1 и 2 связаны условиями синхронизма)

можно снова получить когерентное поле ω_0, \mathbf{k}_0 ^{29, 30}. Необычные статистические свойства поля СПР можно обнаружить не только методом совпадений фотоотчетов, но и по высокой эффективности, с которой оно вызывает двухквантовые переходы^{18, 29, 30}.

4. ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЕ ОПИСАНИЕ

Впервые такое описание было дано в³¹ при определении интенсивности СПР в дальней зоне. Ниже будет использован общий формализм, выявляющий важные для интерпретации особенности СПР.

Выразим гейзенберговские («возмущенные») операторы E_Γ через операторы в представлении взаимодействия E . В линейном приближении из (2.3), (2.4) следует

$$E_{\Gamma 1}^{(+)} = E_1^{(+)} + [E_1^{(+)}, S^{(1)}] = E_1^{(+)} + \hat{\chi}_2^{(+)} D_{12} E_2^{(-)}, \quad (4.1)$$

где

$$D_{12} = D(x_1, x_2) \equiv \frac{i}{\hbar} [E_1^{(+)}, E_2^{(-)}] \quad (4.2)$$

— функция Грина для волнового уравнения. При $t_1 > t_2$ она равна запаздывающему положительно-частотному полю $\mathcal{E}_1^{(+)}$ в точке (событии) x_1 , создаваемому δ -импульсом дипольного момента из точки x_2 , или опережающему отрицательно-частотному полю $-\mathcal{E}_2^{(-)}$ в точке x_2 , создаваемому из точки x_1 . Эта же функция определяет «флуктуации вакуума»:

$$\langle 0 | E_1^{(+)} E_2^{(-)} | 0 \rangle = -i\hbar D_{12}. \quad (4.3)$$

В случае однородного пространства (влияние линзы см. в¹⁸)

$$D_{12} = \frac{i}{4\pi^2} \sum_{\mathbf{k}} \omega_{\mathbf{k}} \exp[i\mathbf{k}(x_1 - x_2)]. \quad (4.2')$$

Найдем далее нормально-упорядоченные корреляционные функции¹⁵ (нормальные моменты) поля рассеяния. Первый момент отличен от нуля, если на кристалл, кроме накачки, действует также когерентное поле $\mathcal{E}(\mathbf{r}, t)$, содержащее частоты, меньшие ω_0 . Пусть в нулевом приближении все поле

находится в когерентном состоянии, т. е. начальная волновая функция удовлетворяет уравнению

$$E^{(+)}(\mathbf{r}, t) | t_0 \rangle = \mathcal{E}^{(+)}(\mathbf{r}, t) | t_0 \rangle,$$

тогда из (4.1) и (2.3) находим среднюю напряженность возмущенного поля в точке x_1 при $t_1 > \tau_0$:

$$\langle E_1^{(+)} \rangle \equiv \langle t_0 | E_{r_1}^{(+)} | t_0 \rangle = \langle | E_1^{(+)} \rangle \rangle = \mathcal{E}_1^{(+)} + \hat{\chi}_2^{(+)} D_{12} \mathcal{E}_2^{(-)}. \quad (4.4)$$

Эта формула дает квантовое пространственно-временное описание известного в нелинейной оптике эффекта генерации разностной частоты.

Вторые и четвертые моменты определим при вакуумном начальном состоянии поля рассеяния, т. е. при $| t_0 \rangle = | 0 \rangle$ и $| \rangle = | 2 \rangle$. Из (4.1) и (4.3) в первых исчезающих приближениях следует

$$G_1 \equiv \langle E_1^{(-)} E_1^{(+)} \rangle = -i \hbar \hat{\chi}_2^{(-)} \hat{\chi}_3^{(+)} D_{12}^* D_{13} D_{23}, \quad (4.5)$$

$$F_{12} \equiv \langle E_1^{(+)} E_2^{(+)} \rangle = -i \hbar \hat{\chi}_3^{(+)} D_{13} D_{23}, \quad (4.6)$$

$$G_{12} \equiv \langle E_1^{(-)} E_2^{(-)} E_2^{(+)} E_1^{(+)} \rangle = | F_{12} |^2 \quad (4.7)$$

(функцию G_1 также можно выразить через F ^{18, 24}). Заметим, что операторы $E_{r_1}^{(+)}$ и $E_{r_2}^{(+)}$ при $t_{1,2} < \tau_0$ и $t_1 \neq t_2$ не коммутируют, т. е. $F_{12} \neq F_{21}$. Это одна из причин, по которой удобно в теории полагать накачку импульсной; в реальном эксперименте это условие, по-видимому, не обязательно.

«Дифракционные» интегралы в (4.5)–(4.7) были оценены в¹⁸ для нескольких характерных случаев (использовались приближенные квазиоптические функции Грина для ближней и дальней зон, а также для пространства за собирающей линзой)*. Здесь мы ограничимся качественным анализом.

5. СВЯЗЬ ТЕОРИИ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

Нормальные моменты G , согласно теории счета фотонов (см., например,¹⁵), являются связующим звеном между теорией и оптическим экспериментом, так как именно они определяют наблюдаемые величины — вероятности фотоотсчетов на выходе ФЭУ и их совпадений. Существенно, что вероятности выражаются через волновую функцию одного только поля — без учета обратного влияния детектора, который поэтому можно рассматривать как классический объект. Мы будем определять вероятности в расчете на один импульс накачки, т. е. как отношение числа успешных испытаний m_1 (когда импульс накачки сопровождается импульсом на выходе детектора) к общему числу испытаний m при достаточно большом их числе. Таким образом, здесь имеются все существенные составляющие любой квантовой модели: классические процедуры многократного приготовления и наблюдения объекта и сам квантовый объект — электромагнитное поле.

При достаточно малой энергии накачки каждый детектор в большинстве испытаний не дает ни одного отсчета и лишь изредка — один отсчет. Случаи, когда один детектор поглощает весь бифотон и дает два отсчета за один импульс накачки, также описываются первым порядком теории возмущения (см. (4.7) при $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2$), но их можно исключить с помощью частотных или пространственных фильтров, разделяющих поле на две части (т. е. делающих фотоны в паре различимыми)**). Например, на детектор 1 можно направить только часть поля рассеяния с частотами ω , большими $\omega_0/2$ (эту часть будем

*) В случае дальней зоны (4.7) дает эквивалентный (3.6) результат. Влияние линз, призм, зеркал и т. д. учитывается заменой плоских волн в выражении для функции Грина (4.2) на собственные волны соответствующей граничной задачи.

**) В некоторых кристаллах с большим двупреломлением фотоны в паре могут иметь разные типы поляризации (синхронизм типа $\mathbf{k}_0^e = \mathbf{k}_1^o + \mathbf{k}_2^e$).

называть «сигнальной»), а на детектор 2 — «холостое» поле с $\omega < \omega_0/2$. Можно дифференцировать фотоны по другому признаку — по знаку проекции волнового вектора k_x на одну из поперечных осей (см. рис. 2). Селекция по k_x предпочтительней в силу симметрии и простоты реализации.

Рассмотрим сначала случай идеального — безынерционного и точечного — детектора. При этом выполнены условия $T \ll t_{\text{кор}}$ и $A \ll a_{\text{кор}}^2$, где T и A — постоянная времени и сечение детектора, $t_{\text{кор}}$ и $a_{\text{кор}}$ — время и радиус когерентности поля, определяемые из (4.5) и (4.7). Согласно¹⁸ в ближней зоне (непосредственно около кристалла или в области его отображения линзой) $t_{\text{кор}} \sim 1/\Delta\omega$, $a_{\text{кор}} \sim \lambda/\vartheta_m$ (здесь $\Delta\omega$ и ϑ_m — ширины частотного и углового спектров СПР; см. рис. 2), а в дальней $t_{\text{кор}} \sim 1/\Delta\omega_l = |\tau_s - \tau_l|/2\pi \sim \sim 1$ пс, где $\tau_{s,l} = l/u_{s,l}$ — времена пролета сигнального и холостого фотонов через кристалл, $u_{s,l}$ — групповые скорости на частотах коллинеарного синхронизма ω_s, ω_l .

Пусть длительность импульса накачки много больше $t_{\text{кор}}$, тогда можно говорить о «моменте» излучения бифотона внутри интервала — $\tau_0 \dots \tau_0$. Вероятность появления отсчета в момент $t_1 + T/2$ на выходе детектора 1, расположенного в \mathbf{r}_1 , пропорциональна второму нормальному моменту поля в точке $x_1 \equiv \{\mathbf{r}_1, t_1\}$:

$$P(x_1) \equiv \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{m_1}{m} = C_1 G_1, \quad C_1 \equiv \frac{\eta_1 V_1}{2\pi \hbar \omega}; \quad (5.1)$$

здесь η_1 — квантовый выход, $V_1 \equiv cT_1 A_1$ — объем детектирования, $\bar{\omega} \sim \sim \omega_0/2$ — средняя частота. Аналогичный вид имеет вероятность отсчета $P(x_2)$ в детекторе 2. Предполагается, что детекторы не затеяют друг друга (удобно использовать световоды для отбора световых потоков).

Вероятность $P(x_1)$ при $V_1 \ll V_{\text{кор}}$ имеет порядок $^{17}\eta_1 (\Gamma l)^2 V_1 / V_{\text{кор}}$, где $\Gamma \equiv \pi k_0 \chi \mathcal{E}_{00} / 2$ — показатель параметрического усиления и \mathcal{E}_{00} — медленно меняющаяся амплитуда накачки в соответствующей x_1 области. Для применимости теории возмущения необходимо, чтобы $P(x_1) \ll 1$. Величина $(\Gamma l)^2$ имеет смысл среднего числа фотонов на моду (или на объем когерентности); она достигает 1 лишь при интенсивности накачки порядка 10 МВт/см².

Относительное число вдвойне успешных испытаний m_{12} , когда оба детектора дают в одном испытании по одному отсчету в интервалах времени $t_1 \pm \pm (T_1/2)$ и $t_2 \pm \pm (T_2/2)$, пропорционально четвертому нормальному моменту поля (4.7):

$$P(x_1, x_2) = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{m_{12}}{m} = C_1 C_2 G_{12}. \quad (5.2)$$

«Случайные» совпадения, происходящие с вероятностью $P_1 P_2$, и другие квадратичные по накачке эффекты не учитываются, поскольку их можно исключить уменьшением $V_1 V_2 |\mathcal{E}_0|^2$.

Отношение m_{12}/m_1 имеет смысл условной вероятности:

$$P(x_2 | x_1) = \frac{P(x_1, x_2)}{P(x_1)}. \quad (5.3)$$

Естественно определить *эффективное поле* фотона 2, описывающее пространственно-временное распределение амплитуды вероятности его обнаружения при фиксированном x_1 , условием $C_2 |\mathcal{E}_2^{(+)}|^2 \equiv P(x_2 | x_1)$, из которого следует (с точностью до постоянного фазового множителя)

$$\mathcal{E}_2^{(+)} \equiv \langle E_1^{(+)} E_2^{(+)} \rangle \langle E_1^{(-)} E_1^{(+)} \rangle^{-1/2} = \frac{F_{12}}{G_1^{1/2}}. \quad (5.4)$$

В схеме с оптическим затвором, открываемым в соответствующие моменты времени усиленным выходным импульсом детектора 1, вероятность отсче-

та в детекторе 2 также определяется формулой (5.2) (при этом, конечно, в любой системе отсчета $t_2 > t_1$). Здесь затвор заменяет схему совпадений, и отношение чисел отсчетов в детекторах m_2/m_1 равно (5.3).

Согласно постулатам квантовой теории номер успешного испытания, как и положение фотоотсчета внутри интервала $r_1/c \pm \tau_0$, непредсказуемы. Однако если уж появился отсчет в детекторе 1 в какой-то момент t_1 , то отсчет в детекторе 2 может в том же испытании появиться лишь в некотором интервале (рис. 3), определяемом из (4.7) с точностью $\pm t_{кор}$ (см. ¹⁸). Практически, конечно, такая точность недостижима, поскольку для современных ФЭУ $T \gtrsim 1 \text{ нс} \gg t_{кор} \sim 1 \text{ пс}$. Для учета последнего неравенства необходимо усреднить моменты G по соответствующему интервалу (см. ¹⁸). Экспериментально намного проще измерять корреляцию между пространственными компонентами точек обнаружения фотонов.

Аналогично при $A_n > A_{кор}$ следует усреднить G по сечениям детекторов ¹⁸. Если при этом детектор 2 «видит» с некоторым запасом все моды, сопряженные условиями синхронизма с модами детектора 1 (иначе A_2 перекрывает весь пучок эффективного поля \mathcal{E}_2), то (5.3) равно η_2 . Это означает, что после появления отсчета в детекторе 1 второй фотон заведомо попадет на детектор 2, что позволяет абсолютно измерять его эффективность по формуле $\eta_2 = m_{12}/m_1$ ^{16-19, 27}.

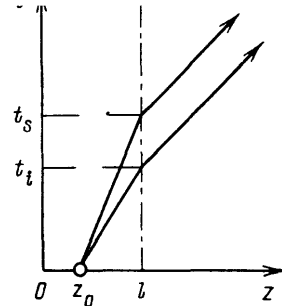


Рис. 3. Частотный спектр поля СПР состоит из двух частей ($\omega \sim \omega_s$ и $\omega \sim \omega_1$), распространяющихся внутри кристалла с разными групповыми скоростями, поэтому различие моментов их излучения из кристалла $t_s - t_1$ определяется положением точки рождения бифотона внутри кристалла z_0

6. РАЗЛИЧНЫЕ ИНТЕРПРЕТАЦИИ

Приведенные выше формулы получили экспериментальное подтверждение пока лишь в случае, когда накачка непрерывна и детекторы расположены в дальней зоне ²⁶⁻²⁸, однако нет оснований для сомнения в их справедливости и в более общем случае. Таким образом, любая интерпретация подобных экспериментов не должна противоречить совместному распределению точек обнаружения двух фотонов, следующему из (4.7) и (5.2):

$$P(x_1, x_2) \sim |F_{12}|^2 = |\hbar\chi \int d^4x D(x_1, x) D(x_2, x) \xi_0^{(+)}(x)|^2. \quad (6.1)$$

Эта формула (вместе с (4.5) и (5.1)) полностью описывает все наблюдаемые спонтанные эффекты (т. е. эффекты первого порядка по энергии импульса накачки), и с ее выводом роль строгой квантовой теории исчерпывается. Последняя претендует лишь на предсказание средних результатов всего эксперимента, состоящего из большой серии испытаний. Непосредственный результат такого эксперимента с фиксированными x_1, x_2 имеет вид некоторого множества пар чисел $\{M_1, M_2\}$, принимающих значения 0 или 1. Вопросы же типа «какова структура поля $\mathcal{E}(x)$, образовавшегося под действием данного импульса накачки?» или «что происходит с полем после появления отсчета в детекторе 1?» считаются в квантовой теории некорректными и остаются без ответа.

Однако такой «квантовый агностицизм» несовместим с привычными классическими представлениями о существующем независимо от детекторов поле с некоторыми объективными параметрами. Это противоречие отражается и в используемой терминологии — вместо корректного «возникло такое-то состояние поля» *) мы говорим «излучился фотон» или «пара фотонов» и пред-

*) То есть поле в данном испытании принадлежит некоторому статистическому ансамблю полей, описываемому волновой функцией $|\lambda\rangle$.

ставляем при этом себе цуг волн (волновой пакет), распространяющихся от источника. Трудно удержаться от соблазна описать каким-либо образом поле, «объективно существующее» в отдельном испытании в интервале времени между моментами появления импульсов в детекторах от t_1 до t_2 . Но при этом почти неизбежно приходится признать некоторое таинственное «влияние» детектора 1 на это поле.

Нарушение неравенств Белла¹⁴, обнаруженное в 70-х годах с большой надежностью в ряде поляризационных ЭПР-экспериментов^{11–13}, показало

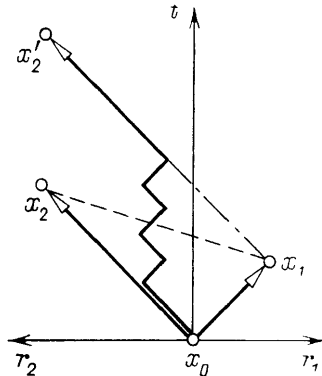


Рис. 4. При одновременном вылете двух фотонов в различных направлениях r_1 и r_2 из одной точки x_0 координаты и моменты их обнаружения x_1 и x_2 разделены пространственно-подобным интервалом (штриховая линия), поэтому события x_1 и x_2 не могут быть причинно связаны.

Ломаная линия изображает действие зеркальной линии задержки, необходимой при передаче информации с помощью модуляции состояния светового поля

неприменимость к ним теорий скрытых параметров с локальным взаимодействием (т. е. без «влияния»). Остается: или 1) отказаться от локальности («сепарабельности»*), оставаясь в рамках детерминизма со скрытыми параметрами и классической статистической теории, или 2) примириться с квантовыми правилами вычисления вероятностей наблюдаемых событий. Копенгагенская интерпретация этих правил, по существу, локальна (см., например,³² и следующее ниже обсуждение), однако возможна в принципе и нелокальная их трактовка, подразумевающая некоторое мгновенное «несиловое»^{33, 34} и «неинформативное»³⁵ взаимодействие и даже возможность телекинеза³⁶ и телепатии (см.⁷, с. 218). Эйнштейн и Шрёдингер отрицали возможность влияния, называя его «телепатией»³⁷ и «магией» (см.³⁸) (впрочем, это было до экспериментов по проверке неравенств Белла).

В ЭПР-экспериментах с фотонами события x_1 и x_2 разделены пространственно-подобным интервалом (рис. 4), при этом влияние — как классическое, так и квантовое — может распространяться двумя путями: или со скоростью света через общее прошлое по схеме $x_1 \rightarrow x \rightarrow x_2$ посредством опережающей волны^{36, 39–41}, или

со сверхсветовой скоростью «напрямую» от x_1 к x_2 . Последний вариант связан с отказом от основного постулата теории относительности и возвратом к идее дальнего действия⁸, а предыдущий — с отказом от принципа причинности.

Поясним необычность ЭПР-экспериментов с помощью следующей грубой аналогии. Пусть из Москвы одновременно высылаются в Киев и Владивосток две одинаковые телеграммы. Киевлянин в момент получения своей телеграммы мгновенно узнает, что такая же телеграмма будет через определенное время получена во Владивостоке (причем с точки зрения движущегося определенным образом наблюдателя телеграмма достигнет Владивостока раньше Киева). Пусть теперь эта процедура повторяется периодически, причем текст телеграмм каждый раз изменяется случайным образом. Если мы допустим, что киевлянин может решать заранее, каков будет текст очередной пары телеграмм, то получим некоторое представление о значении нарушения неравенств Белла¹⁴. Случай, когда решение принимается уже после момента высылки телеграмм, соответствует экспериментам типа «задержанного выбора»¹³.

Элементарное описание поляризационных ЭПР-экспериментов и неравенств Белла см. в^{42, 43}.

*) Сепарабельность предполагает отсутствие сверхсветового влияния.

7. ОТБОР ПОДАНСАМБЛЕЙ И СКРЫТЫЕ ПАРАМЕТРЫ

При описании некоторых классов экспериментов можно избежать понятия «влияния» (расположения одного прибора на показания другого) с помощью обычной теории вероятностей, полагая, что кристалл излучает пары фотонов со случайными (но априори определенными) параметрами и детекторы просто производят отбор некоторых подмножеств частиц. Эти параметры могут считаться, в принципе, предсказуемыми (теория скрытых параметров; см., например, ^{5, 9}) или непредсказуемыми («статистическая» интерпретация квантовой теории ⁴⁸).

Рассмотрим, например, случай, когда наблюдается корреляция отсчетов двух детекторов, расположенных в дальней зоне излучающего объема (см. рис. 1, *a*), и оба детектора срабатывают в одном испытании (импульсе накачки), лишь если они расположены в направлениях, связанных условием $\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = 0$. Естественно предположить, что при каждом испытании в каких-то двух связанных этим условием направлениях излучается пара фотонов, причем от импульса к импульсу эти направления флуктуируют случайным образом. При этом в схеме с затвором мы просто ждем очередного удачного испытания, когда нам повезет и фотоны излучатся в нужном направлении, т. е. детектор 1 производит отбор некоторого классического подансамбля. Измеряемую при большом числе испытаний плотность распределения

$$P(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = P(\mathbf{p}_1) \delta^{(2)}(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)$$

можно вычислить по формуле (3.6), а можно, в принципе, построить более сложную модель со скрытыми параметрами.

Аналогично при расположении детекторов в ближней зоне можно полагать, что то одна, то другая точка плоского кристалла с поперечной координатой \mathbf{q} излучает сферические волны, которые при удачных испытаниях фокусируются линзой на детекторы (см. рис. 1, *b*). При этом постулируется существование плотности распределения точек рождения фотонов

$$P(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) = P(\mathbf{q}_1) \delta^{(2)}(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2).$$

Однако если мы хотим описывать оба эти класса экспериментов одновременно, в рамках одной теории, то начинаются трудности — мы должны ввести совместное распределение $P(\mathbf{q}, \mathbf{p}_1)$, т. е. считать, что кристалл излучает то плоские волны, то сферические. Но как при этом описать все непрерывные множества промежуточных случаев, охватываемых формулой (6.1)? Для этого надо предполагать, очевидно, что кристалл случайным образом излучает пары всевозможных сходящихся и расходящихся сферических волн с центрами, покрывающими все пространство. Эту довольно искусственную модель надо еще дополнить условиями синхронизма, которые связывают парно центры, зеркально симметричные относительно плоскости кристалла (см. ниже). Подобные схемы явно проигрывают в сравнении с простотой и изяществом квантовой теории.

Аналогичное затруднение возникает и при описании с помощью модели отбора подансамблей двух классов экспериментов — с регистрацией моментов отсчетов $t_{1,2}$ или частот $\omega_{1,2}$. В рамках классических представлений приходится предполагать, что кристалл излучает то короткие цуги волн (в случайные моменты времени в интервале $|t_n| < \tau_0$), то длинные цуги (с флуктуирующими от импульса к импульсу частотами ω_1 и $\omega_2 = \omega_0 - \omega_1$ в интервале $0 - \omega_0$). Кроме того, должны, очевидно, возникать и промежуточные разновидности со средними длинами.

Эти качественные рассуждения показывают, что результат квантового расчета (6.1) вряд ли возможно представить в виде классической вероятностной схемы, в рамках «локального реализма» и «скрытого детерминизма», не прибегая к понятию амплитуд вероятности и их интерференции.

8. ВЛИЯНИЕ ЧЕРЕЗ ОБЩЕЕ ПРОШЛОЕ

Мы рассмотрим лишь одну модель влияния, отличающуюся наглядностью и предсказательной силой. Она естественным образом следует из структуры формулы (6.1), определяющей вероятность появления отсчетов в двух детекторах в одном испытании.

Пусть координата \mathbf{r}_1 детектора 1 и время появления отсчета t_1 фиксированы и мы хотим найти распределение условной вероятности $P(x_2 | x_1)$ отсчета детектором 2 в зависимости от его координаты \mathbf{r}_2 и времени отсчета t_2

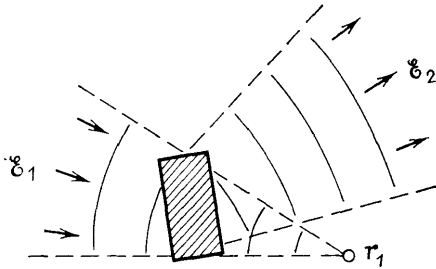


Рис. 5. Если в точке $x_1 = \{\mathbf{r}_1, t_1\}$ обнаружен фотон, то эффективное поле другого фотона ξ_2 образуется параметрическим преобразованием сходящейся к x_1 сферической волны ξ_1 . Это преобразование можно приближенно рассматривать как зеркальное отражение от кристалла опережающей расходящейся волны, излученной из x_1 в прошлое

(в частности, он может находиться за затвором). В схеме без затвора оба детектора равноправны, при этом «влияющий» детектор 1 может находиться дальше от кристалла, чем детектор 2.

Сравнение (4.4) и (4.6) показывает, что эффективное поле (5.4) при фиксированном x_1 совпадает с классическим полем $\xi^{(+)}(x_2)$, образующимся при параметрическом преобразовании в том же кристалле некоторого фиктивного поля с отрицательно-частотной частью, равной $\xi^{(-)}(x) \equiv -i\hbar G_1^{-1/2} D(x_1, x)$. Как следует из определения (4.2), такое поле является импульсом со сферическим фронтом, сходящимся в точку \mathbf{r}_1 в момент t_1 (рис. 5).

Но можно также полагать с тем же правом, что этот импульс в момент t_1 «излучается в прошлое» посредством опережающей функции Грина точечным источником, расположенным в \mathbf{r}_1 .

Фиктивное поле $\xi^{(-)}(x)$, излучаемое из точки обнаружения одного фотона $x_1 = \{\mathbf{r}_1, t_1\}$, достигает точки \mathbf{r} внутри кристалла в прошлый момент времени

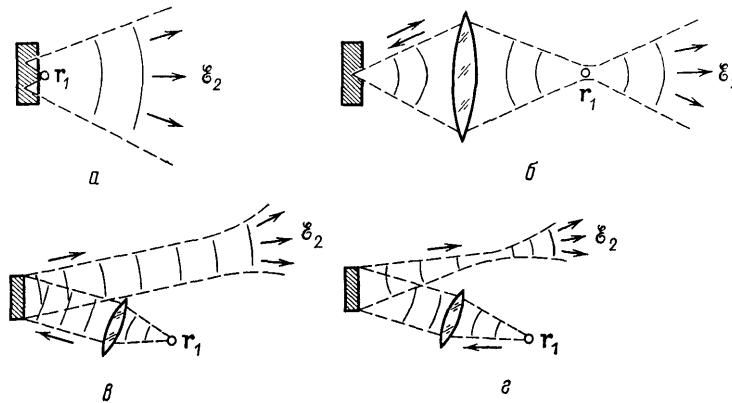


Рис. 6. «Влияние» точки регистрации одного фотона \mathbf{r}_1 на эффективное поле другого фотона ξ_2 .

Если \mathbf{r}_1 находится вблизи плоского кристалла (а) или в области его действительного отображения линзой (б), то ξ_2 является сферической волной, излучаемой из \mathbf{r}_1 ; если же \mathbf{r}_1 находится в дальней зоне или в фокальной плоскости линзы (в), то ξ_2 — плоская волна с дифракционной расходимостью. Поле с произвольными начальной кривизной фронта и ориентацией оси пучка можно формировать, передвигая линзу перед детектором (з)

$t < t_1$ и «бьется» там с полем накачки $\xi_0^{(+)}(x)$, порождая в соответствии с (4.4) преобразованное поле $\xi^{(+)}(x_2)$, определяющее вероятность обнаружения второго фотона в x_2 *).

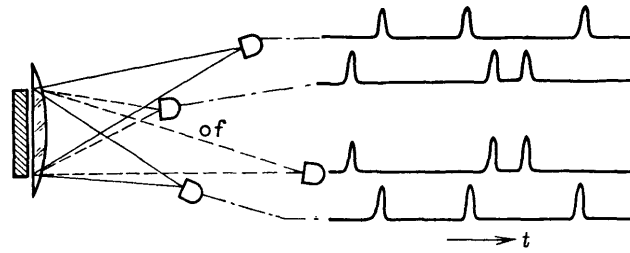
*) Обратим внимание на сходство (6.1) с формулами теории возмущения Фейнмана, в которой считается, что позитроны (здесь им соответствует отрицательно-частотное поле $\xi^{(-)}$) — это электроны, распространяющиеся во времени назад (см. ^{36,39,40}).

Параметрическое преобразование фиктивного опережающего поля \mathcal{E}_1 обнаруженного фотона в запаздывающее поле \mathcal{E}_2 другого фотона можно приближенно рассматривать, как отражение от кристалла (в случае ближней зоны — от определенной плоскости внутри кристалла — см. рис. 3). Действительно, если пренебречь откликом частот от $\omega_0/2$, то согласно (3.5) угол «обратного» падения равен углу отражения: $\vartheta_1 \approx \vartheta_2$. Итак, точка обнаружения одного фотона является — после отражения от кристалла — эффективным источником поля другого фотона (см. рис. 5).

Этот рецепт для нахождения $P(x_2 | x_1)$ при заданном x_1 пригоден и при наличии линз (рис. 6) и других прозрачных оптических элементов. В результате совпадения отсчетов должны с наибольшей вероятностью происходить

Рис. 7. Взаимная фокусировка фотонов при СПР.

Если апертуры $2N$ идеальных ($\eta=1$) счетчиков фотонов отображаются линзой попарно друг на друга (с учетом «отражения» от кристалла), то выходные импульсы в сопряженных счетчиках должны появляться только совместно, в одном испытании (при условии, что апертуры детекторов и их расстояния друг от друга значительно превышают соответствующие масштабы когерентности)



при отображении линзой (с учетом «отражения» от кристалла) апертур детекторов друг на друга (рис. 7). Собирающая линза перед детектором 1 фокусирует фотон 2: его эффективное поле концентрируется в кружок Эйри в некоторой плоскости z_2 (z_1), определяемой формулой линзы (при условии, конечно, что A_1 , l и хроматические aberrации при «отражении» достаточно малы). Это явление можно назвать «взаимной фокусировкой фотонов».

В схеме с затвором, помещая перед управляющим детектором различные линзы, частотные и пространственные фильтры, можно изготавливать фотоны с произвольными начальной кривизной (положительной или отрицательной) и ориентацией волнового фронта и с произвольным частотным спектром в интервале $0 - \omega_0$. Ясно, что, меняя параметры фильтров во времени, можно осуществить косвенную модуляцию излучаемого света и передачу информации (см. ниже).

9. ПАРАДОКС ЭЙНШТЕЙНА — ПОДОЛЬСКОГО — РОЗЕНА

Вернемся к рис. 1. Пусть имеются два детектора 1 и 1' с продольными координатами f и $2f$. При появлении отсчета в детекторе 1 мы косвенно узнаем поперечный импульс фотона $2p_2$ (полагаем $\hbar = 1$). Из найденного выше правила построения эффективного поля \mathcal{E}_2 (рис. 6, в) можно сразу оценить неопределенность этого измерения — очевидно, она ограничивается дифракционной расходимостью плоской волны с сечением a_0 : $\Delta p \sim 1/a_0$ (индекс 2 опускаем). Если же сработал детектор 1', то мы определяем поперечную координату точки рождения фотона 2 с точностью, ограниченной шириной углового спектра: $\Delta q' \sim 1/\Delta p' \sim \lambda/\Delta\vartheta$; в пределе $\Delta\vartheta \sim 1$ и $\Delta q' \sim \lambda$. Отсюда получаем

$$\Delta p \cdot \Delta q' \sim \frac{\lambda}{a_0} \ll 1, \tag{9.1}$$

что, казалось бы, противоречит соотношению неопределенностей (СН). Увеличивая диаметр пучка накачки и поперечные размеры кристалла, можно сколь угодно точно определить p при неизменной точности измерения q . Итак, СН неприменимы к стандартным отклонениям Δq и $\Delta p'$, измеряемым в двух сериях экспериментов, отличающихся расположением детекторов

(рис. 1). В каждой серии один из детекторов неподвижен, а другой перемещается в поперечной плоскости.

Подобные рассуждения привели ЭПР к заключению, что волновая функция не дает полного описания физической реальности (поскольку можно измерить p , и q). Этот аспект ЭПР-парадокса легко объясняется в рамках формализма квантовой механики: фотон 2 до отсчета в детекторе 1 не обладает «своей» волновой функцией, в отдельности его можно описывать только матрицей плотности вида $\rho_2 = \text{Sp}_1 (|2\rangle\langle 2|)$ (это сразу отметил Фок во вступительной статье⁴⁴ к переводу работы ЭПР¹; см. также^{4, 45, 46}). Лишь после отсчета в детекторе с некоторой координатой x_1 он получает право на индивидуальную характеристику — функцию $\mathcal{E}_2 \sim F_{12}$ (см. (5.4)). Естественно, что параметры Δq , Δp эффективного поля \mathcal{E}_2 при различных x_1 не связаны СН, они являются функциями z_1 (см. рис. 6).

При наличии двух детекторов 1 и 1' в ближней и дальней зонах мы не можем предсказать, какой из них сработает при очередном испытании, а это по определению самих ЭПР означает, что понятиям q и p не соответствуют элементы физической реальности. Лишь после отсчета в одном из детекторов или q , или p приобретают реальность, но это происходит в разных испытаниях.

Таким образом, ЭПР-эксперимент действительно показывает неполноту описания с помощью волновой функции частицы, взаимодействовавшей с другим квантовым объектом. Отметим здесь, что этот же вывод справедлив и в случае замкнутой системы. Дело в том, что $|t\rangle$ — одновременная характеристика системы, поэтому для нахождения многовременных функций корреляции $G(t_1, t_2, \dots)$ надо еще знать зависимость операторов от времени (в представлении Гейзенберга или взаимодействия). Так, знания $|2\rangle$ еще недостаточно для вычисления $P(x_1, x_2)$ при $t_1 \neq t_2$ — надо определить операторы $E(t_1)$ и $E(t_2)$. Иначе, $G(t_1, t_2, \dots)$ не охватывается представлением Шрёдингера (кроме случая $t_1 = t_2 = \dots$). Правда, можно полагать, что задание $|t_1\rangle$ и $|t_2\rangle$ неявно определяет и оператор эволюции $U(t_1, t_2)$, который связывает $E(t_1)$ с $E(t_2)$.

10. КОПЕНГАГЕНСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ

Сущность этой точки зрения, разделяемой в настоящее время с некоторыми вариациями *) подавляющим большинством физиков, в применении к обсуждаемым экспериментам можно изложить следующим образом. В общем случае не имеет смысла говорить о параметрах фотонов в данной паре (импульсах, частотах, координатах и моментах излучения, типах поляризации) до измерения. Эти классические по происхождению понятия характеризуют не сами фотоны, а лишь тип макроскопического прибора, с которым фотоны взаимодействуют. Так, при регистрации фотона, прошедшего через поляризатор с осью вдоль направления x , нельзя утверждать, что фотон до поляризатора имел x -поляризацию **). Результаты эксперимента зависят от измерительной процедуры — аналогично длине предмета в специальной теории относительности^{2, 10}.

Единственная и исчерпывающая характеристика поля рассеяния после прохождения данного импульса накачки — его состояние, т. е. принадлеж-

*) Единой точки зрения, что именно следует понимать под копенгагенской интерпретацией (КИ), по-видимому, не существует. Иногда под КИ понимают некоторое общее множество взглядов Бора и Гейзенберга^{41, 47, 48}. В работе⁴¹ КИ сформулирована в виде пяти основных положений, включающих понимание волновой функции как выражения информации наблюдателя и редукции как изменения этой информации. Там же дан подробный анализ слабых (в том числе субъективистских) моментов КИ и предложена альтернативная интерпретация (см. также⁴⁸⁻⁵⁰). Наиболее распространенным является, несомненно, объективный вариант КИ, отрицающий, по выражению Эйнштейна, необходимость наблюдателя для существования Луны.

**) В случае одиночных фотонов можно лишь утверждать, что он имел какую-то определенную поляризацию. Если же он возник вместе с другим фотоном, то и это утверждение не имеет смысла.

ность к некоторому определенному статистическому ансамблю. Если накачка и кристалл стабильны, то можно полагать, что при каждом импульсе накачки изготавливается одно и то же чистое состояние поля $|2\rangle$ (флуктуации параметров накачки или кристалла приведут к смешанному состоянию, что можно обнаружить, измеряя дисперсию чисел отсчетов в нескольких сериях испытаний).

Итак, объективной и максимально полной характеристикой поля, инвариантной к измерительной процедуре, является вектор состояния $|2\rangle = S|0\rangle$. Он не зависит от координат детекторов и параметров линзы, а определяется лишь «приготавливающей» частью установки — накачкой и кристаллом. В результате поле не обладает какой-либо пространственно-временной структурой. Последняя возникает в виде «бифотонного поля» F_{12} в восьмимерном пространстве $x_1 \cdot x_2$ лишь после конкретизации параметров линзы и в виде эффективного поля \mathcal{E}_2 в обычном пространстве-времени лишь после фиксации координаты одного из детекторов. Подчеркнем, что F_{12} — коллективная характеристика обоих фотонов, которые порознь не обладают структурой. Можно полагать, что F_{12} при $t_1 = t_2$ играет роль волновой функции бифотона в координатном представлении²⁴. Отметим, что выражение (4.6), рассматриваемое как функция одного аргумента x_1 (или x_2), удовлетворяет волновому уравнению и мало меняется (по модулю) на интервалах когерентности.

Очевидно, что информация, закодированная в $|2\rangle$ и F_{12} , имеет объективный характер, поскольку она определяется макроскопической обстановкой эксперимента и поэтому одинакова для всех наблюдателей, и не зависит от их присутствия или отсутствия.

Эксперимент, изображенный на рис. 1, наглядно демонстрирует принцип дополнительности и идею косвенных квантовых измерений. В каждом испытании в интервале $t_0 \dots t_1$ (т. е. пока бифотон «находится в пути») понятия поперечных координат \mathbf{q} и импульсов \mathbf{p} фотонов не имеют операционального смысла. Только регистрация фотона в детекторе 1' позволяет приписать его близнецу определенную координату рождения $\mathbf{q}_2 = \mathbf{q}_1$ (конечно, лишь с дифракционной точностью). В тех же испытаниях, когда срабатывает детектор 1, второй фотон «приобретает» определенный поперечный импульс $\mathbf{p}_2 = -\mathbf{p}_1$. Перемещая детектор 1 из ближней зоны в дальнюю, можно формировать фотоны промежуточного типа с произвольным радиусом кривизны волнового фронта.

В схеме с затвором можно им управлять по выбору детектором 1 или 1', причем переключение затвора можно делать в интервале $t_0 \dots t_1$ (эксперимент типа «задержанного выбора»¹³). В этом случае с точки зрения «локального реализма» фотоны приобретают определенную форму волнового фронта уже после рождения.

Дополнительность здесь проявляется в том, что излучаемый фотон не может иметь одновременно и плоский и сферический волновой фронт. На вопрос «что происходит с полем в момент отсчета t_1 ?» последователи копенгагенской школы обычно или отказываются отвечать*), или говорят, что при этом изменяется не поле, а лишь наша информация о нем. При этом потенциальная возможность (в нашем случае это возможность фотонам иметь сферический фронт с любой кривизной, описываемая функцией двух аргументов F_{12}) переходит в действительность**), в одну из альтернатив (функция F_{12} при фиксированном x_1). Это изменение информации удобно описывать как *редукцию* волновой функции.

*) Можно, конечно, описать взаимодействие поля с детектором 1 в рамках формальной квантовой теории, однако при этом мы получим общую волновую функцию поля и детектора, и если не постулировать редукцию (которая позволяет нам говорить о волновой функции одного поля), то поставленный вопрос остается без ответа.

**) Подобные представления, развивавшиеся Гейзенбергом, восходят к Аристотелю (см. ^{7,10,48,50}).

11. РЕДУКЦИЯ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ

В применении к эксперименту со счетом фотонов редукцию можно представить следующим образом. Пусть измеряется функция корреляции следующего вида:

$$K_{12} \equiv \langle 2 | E_1^{(-)} f(t_2) E_1^{(+)} | 2 \rangle. \quad (11.1)$$

Если $f(t_2) = E_2^{(-)} E_2^{(+)}$, то K_{12} равна G_{12} и описывает корреляцию отсчетов в двух счетчиках фотонов (в принципе f может быть и многовременным оператором). Усреднение в (11.1) производится по не зависящему от времени состоянию свободного поля $| 2 \rangle$, приготовленному при $t < t_{1,2}$, а операторы берутся в представлении взаимодействия.

Определение (11.1) можно переписать в таком виде:

$$K_{12} = \langle 1 | f(t_2) | 1 \rangle, \quad | 1 \rangle \equiv E_1^{(+)} | 2 \rangle. \quad (11.2)$$

Эта форма записи (которая пригодна и при $t_2 < t_1$) позволяет использовать следующую трактовку: в момент отсчета в детекторе 1 исходное состояние поля $| 2 \rangle$ преобразуется оператором $E_1^{(+)}$ в новое — однофотонное — состояние $| 1 \rangle$ и наблюдаемая f определяется уже этим новым *редуцированным* состоянием *).

Следует оговориться, что обычно в квантовой теории термин «редукция» используется в несколько более узком смысле — как результат обратного действия измерительного прибора на волновую функцию в случае, когда прибор показывает некоторое определенное значение какой-то наблюдаемой \mathcal{E} (при этом редукция формально осуществляется оператором $| \mathcal{E} \rangle \langle \mathcal{E} |$); здесь же детектор не измеряет напряженность поля, и поэтому состояние $| 1 \rangle$ не является собственным для оператора \mathcal{E} (т. е. когерентным).

Согласно (11.2) можно считать, что схема с затвором в момент срабатывания детектора 1 изготавливает поле в чистом однофотонном состоянии $| 1 \rangle$, т. е. излучает фотон с известной пространственно-временной структурой (см. рис. 8). В импульсном представлении это состояние, согласно (3.1), (3.4), имеет вид

$$| 1 \rangle = \sum_{\mathbf{k}} | \mathbf{k} \rangle \langle \mathbf{k} | 1 \rangle, \quad (11.3)$$

где

$$\langle \mathbf{k} | 1 \rangle \equiv \sum_{\mathbf{k}'} u_{\mathbf{k}'}^{(+)}(x_1) \langle \mathbf{k} \mathbf{k}' | 2 \rangle = \frac{(\hbar \omega_{\mathbf{k}})^{1/2}}{2\pi i} \hat{\chi}_3^{(+)} D_{13} e^{-ikx_3}$$

и $| \mathbf{k} \rangle \equiv a_{\mathbf{k}}^+ | 0 \rangle = | 1 \rangle_{\mathbf{k}} | 0 \rangle_{\mathbf{k}'}$. . . В отличие от $| 2 \rangle$ состояние $| 1 \rangle$ не нормировано и не имеет вакуумной составляющей $| 0 \rangle$. Последнее означает, что фотон наверняка излучается (но его импульс, согласно (11.3), не определен). Подействовав на (11.3) оператором $E_2^{(+)}$, получим с учетом (3.1) и (4.6) $| 0 \rangle F_{12}$ — в соответствии с прежними результатами.

В случае $V_1 \gg V_{\text{кор}}$ надо проинтегрировать (11.1) по всем точкам детектора x_1 с некоторым весом $\eta(x_1)$. Представив интеграл в виде суммы, получим

$$\bar{K}_{12} \equiv \sum_{x_1} \eta(x_1) K_{12} = \text{Sp} [\rho(t_1) f(t_2)], \quad (11.4)$$

где

$$\rho(t_1) \equiv \sum_{x_1} | 1 \rangle \eta(x_1) \langle 1 | \quad (11.5)$$

*) Эффективная волновая функция $| 1 \rangle$ описывает состояние второго фотона после отсчета. До отсчета он не имел «своей» волновой функции, т. е. находился в смешанном состоянии.

— диагональная матрица с элементами $\eta(x_1)$, играющая роль матрицы плотности выходного поля. Таким образом, можно полагать, что в общем случае схема с затвором изготавливает поле в смешанном состоянии, определяемым матрицей плотности (весом различных чистых состояний $|1\rangle$).

Естественно рассматривать редукцию $|2\rangle \rightarrow |1\rangle$, а также переход от совместной вероятности $P(x_1, x_2)$ к условной $P(x_2 | x_1)$ как изменение точки зрения на роль детектора 1, когда его вместе с затвором (при его наличии) относят уже не к измерительной части установки, а к приготовительной. Такой подход сразу обнаруживает слабое звено в парадоксе ЭПР — при измерении q_2 и p_2 мы имеем дело с разными состояниями $|1\rangle_{x_1}$ и $|1\rangle_{x_1'}$ фотона 2, а соотношение неопределенностей связывает параметры одного состояния.

В отсутствие затвора детекторы 1 и 2 равноправны, поэтому может показаться, что функция $|1\rangle_{x_1}$ (как и \mathcal{E}_2) субъективна, так как отражает лишь информацию наблюдателя 1; с точки же зрения наблюдателя 2, происходит другая редукция — к функции $E_2^{(+)}|2\rangle \equiv |1\rangle_{x_2}$. Однако такая терминология не учитывает операционального смысла символов — ведь реально наблюдаемая величина, число совпадений m_{12} (5.2), требует сличения показаний обоих детекторов. Введение функции $|1\rangle_{x_2}$ означает просто другую последовательность вычисления момента G_{12} , который симметричен по индексам 1, 2. Функциям \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 соответствуют разные нормировки числа совпадений — m_{12}/m_2 и m_{12}/m_1 , имеющие смысл условных вероятностей $P(x_1 | x_2)$ и $P(x_2 | x_1)$. Кажущийся субъективизм, вызванный асимметрией по индексам 1, 2, устраняется статистическим характером предсказаний квантовой механики.

Описание в терминах редукции (замена $|2\rangle \rightarrow |1\rangle$) и влияния через прошлое (фиксация аргумента x_1 у функции F_{12}), конечно, математически эквивалентны. Однако поскольку редукция происходит «мгновенно» в момент отсчета, а волновая функция описывает поле во всем пространстве, то здесь, казалось бы, опять имеет место нелокальность, на этот раз — дальноедействие⁸ (вместо «телеграфа в прошлое» — «сверхсветовой телеграф»). Но если рассматривать волновую функцию лишь как информацию, то ее изменение не является процессом в реальном пространстве-времени, и редукция поэтому не является проявлением нелокальности (изменение нашей информации при получении, например, телеграммы может, конечно, охватывать и пространственно-подобные интервалы). В пользу такой точки зрения свидетельствует невозможность сверхсветовой передачи информации с помощью ЭПР-экспериментов.

12. КВАНТОВАЯ КОРРЕЛЯЦИЯ И ПЕРЕДАЧА ИНФОРМАЦИИ

Возможность в схеме с оптическим затвором косвенно управлять структурой каждого вылетающего фотона посредством манипуляций в опорном канале можно рассматривать как новый метод модуляции света («квантовая модуляция» или «модуляция состояния»). Использование этого метода для передачи сообщений в двоичном коде иллюстрируется на рис. 8, а. Возможно, очевидно, передавать и двумерные изображения, которые удобно регистрировать с помощью ЭОП с управляющим электродом, заменяющим оптический затвор (рис. 8, б), а также осуществлять косвенную частотную модуляцию. Быстродействие современной электроники позволяет выбрать среднюю скорость счета фотонов $\sim 10^6 \text{ с}^{-1}$ в модуляторе, что даст такой же поток фотонов на выходе затвора. Этот поток при сечении пучка порядка 1 см^2 легко регистрируется на экране ЭОП или даже непосредственно глазом.

Эксперименты, изображенные на рис. 8, можно трактовать как отбор детектором некоторого подансамбля бифотонов, однако для единообразия естественно и здесь примириться с терминами «редукция» или «модуляция через общее прошлое».

Подчеркнем, что хотя момент появления очередного импульса случаен, сама передача информации при наличии затвора, в принципе, не имеет случайного характера: при $\eta_2 = 1$ и достаточной апертуре приемного детектора каждый импульс модулятора на рис. 8, *a* сопровождается с должной задержкой импульсом на выходе детектора 2 или 2'. Лишь при $\eta_2 < 1$ статистика фотоотсчетов вносит пуассоновский шум в передачу.

Ранее в связи с ЭПР-экспериментами ставился вопрос о возможности передачи информации со сверхсветовой скоростью (см. ^{8, 46}). Действительно,

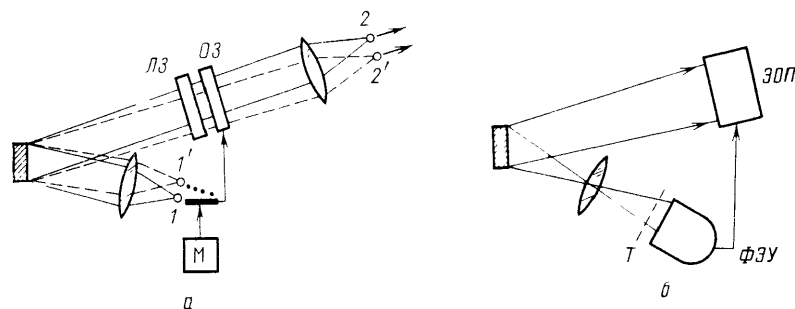


Рис. 8. Передача информации с помощью модуляции вектора состояния фотонов.
a—Передача сообщения в двоичном коде; при подключении оптического затвора (OZ) к ФЭУ №1 передается «единица», к ФЭУ №1'—«ноль»; *M*—модулятор, переключающий ФЭУ, *ЛЗ*—линия задержки.
b—Передача двумерного изображения; изображение на транспаранте (*T*) фокусируется с учетом «отражения» от кристалла на фотокатод ЭОП, который открывается только при появлении отсчета на выходе ФЭУ

в формуле (6.1) фигурируют функции распространения поля $D(x_1, x_2)$, поэтому события x_1, x_2 лежат на одном световом конусе с вершиной в точке x внутри кристалла и, следовательно, разделены пространственно-подобным интервалом (см. рис. 4). Таким образом, «влияние» x_1 на x_2 должно распространяться со сверхсветовой скоростью.

Однако, если даже признать мгновенный характер редукции или существование влияния через прошлое, то, тем не менее, «сверхсветовой телеграф» неосуществим. Это ясно из рис. 8, *a*: в отсутствие затвора детекторы 2 и 2' будут срабатывать независимо от положения модулирующего переключателя и передачи информации не произойдет. Затвор необходим для отбора на выходе передатчика последовательности «единиц» и «нулей», задаваемой переключением детекторов 1 и 1'. При наличии же затвора и оптической линии задержки в канале 2 (необходимой для компенсации задержки в электронике) время распространения информации от затвора до приемника информации определяется скоростью света (см. рис. 4).

Чтобы обнаружить корреляцию отсчетов двух детекторов в отсутствие затвора, их необходимо соединить каким-либо обычным каналом связи со схемой совпадения; при этом событие «совпадение импульсов» будет отделено от точки передачи времениподобным или светоподобным интервалом.

13. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Следует еще раз подчеркнуть, что выбор между рассмотренными выше трактовками (кроме модели отбора подансамблей) — дело вкуса, операционально они все эквивалентны формуле (6.1), и эксперимент, вне сомнения, не позволит отдать предпочтения какой-либо из них. Огромный опыт экспериментальной квантовой физики свидетельствует о «победе формализма над моделизмом» ³⁹. По словам Фейнмана ⁶, «многих людей... это обстоятельство [имеется в виду отсутствие у фотона независимых от процедуры измерения атрибутов.— Д. К.] очень волнует . . . Но природа, по всей видимости, не замечает этого парадокса».

Естественно, возникает сомнение в целесообразности рассмотрения трактовок, не допускающих экспериментального подтверждения или опровержения. Однако следует учитывать возможную полезность некоторых трактовок (и связанных с ними интерпретационных или семантических парадоксов) для процесса обучения, развития физической интуиции, уточнения смысла терминов и понятий, а также для неизбежного процесса смены существующих парадигм (известный исторический пример — силовые линии Фарадея). Так, трактовка с опережающей волной позволяет качественно предсказывать результаты различных экспериментов с бифотонами с помощью привычных оптических представлений (см. рис. 6) *).

По существу, парадокс ЭПР имеет два аспекта, рассматриваемых обычно порознь: сформулированное в ¹ противоречие внутри формализма квантовой механики (кажущееся нарушение неравенств Гейзенберга) и противоречие со «здравым смыслом» (нарушение неравенств Белла). Последнее противоречие является истинным парадоксом, вынуждающим к отказу от «локального реализма» и «скрытого детерминизма» в пользу копенгагенской трактовки (или, если угодно, дальнего действия). Оба эти аспекта многократно обсуждались — по оценке авторов ⁴⁵ ~ 10^6 раз.

Тем не менее представляется, что предложенная здесь модель заслуживает внимания, так как случай непрерывного спектра дает более наглядную картину обоих противоречий. Она может найти применение при обучении квантовой физики. Отметим, наконец, простоту установки — здесь не нужны ни вакуумная техника, ни перестраиваемые лазеры.

В последнее время осуществлен ряд экспериментов с двухфотонным излучением ⁵¹, которые также можно описывать формулами вида (6.1) и, соответственно, наглядно интерпретировать с помощью опережающих волн. Отметим эксперимент ⁵², где реализована идея генерации контролируемого числа фотонов с помощью эффекта СПР и оптического затвора ^{16,23}, и библиографический обзор последних работ по парадоксу ЭПР и интерпретации квантовой механики ⁵³.

Впервые мысль о связи эффекта СПР с парадоксом ЭПР возникла во время обсуждения с Р. В. Хохловым в 1976 г. когерентных свойств поля СПР. К сожалению, эта беседа была последней ... Но с тех пор я продолжал размышлять об этой связи и пришел к выводу, что макроскопическая нелинейная оптика, столь многим обязанный Хохлову, дает необычную возможность для уяснения основных концепций квантовой механики в привычных для всех оптических терминах. Я, во всяком случае, теперь точно знаю, что такое фотон: это — то, что обозначено выше символами $\mathcal{E}(x_2)$ и $|1\rangle$ и что можно приготовить с помощью СПР в чистом виде.

В заключение хочу выразить благодарность В. Б. Брагинскому и Г. Я. Мякишеву за плодотворные обсуждения.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Einstein A., Podolsky B., Rosen N. // Phys. Rev. 1935. V. 47. P. 777; перевод: // УФН. 1936. Т. 16. С. 440.
2. Bohr N. // Phys. Rev. 1935. V. 48. P. 696.
3. Бом Д. Квантовая теория. — М.: Физматгиз, 1961. — Гл. 22.
4. Мандельштам Л. И. Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике. — М.: Наука, 1972. — С. 364.

) Интересная трактовка различных квантовых парадоксов с помощью «опережающей волновой функции» частицы в координатном представлении $\Psi^(x)$, распространяющейся в реальном пространстве, развита недавно Крамером ⁴¹. Можно надеяться, что предложенный здесь реалистичный эксперимент с его прозрачным формальным описанием (6.1) послужит хорошим «пробным камнем» для этой и других трактовок, описанных в ⁴¹ (отметим, что он несовместим с «неоклассической» теорией поля, см. ^{9,24}).

5. Блохинцев Д. И. Принципиальные вопросы квантовой механики. — М.: Наука, 1966.
6. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. — М.: Мир, 1967. — Вып. 9. С. 145.
7. Мякишев Г. Я. Динамические и статистические закономерности в физике. — М.: Наука, 1973.
8. Спасский Б. И., Московский А. В. // УФН. 1984. Т. 142. С. 599.
9. Гриб А. А. // Ibidem. С. 619.
10. Фок В. А. // Вопросы философии. 1971. № 3. С. 46; Приложение в книге: Бор Н. Научные труды. — М.: Наука, 1971. — Т. II. С. 648.
11. Freedman S. J., Clauser J. F. // Phys. Rev. Lett. 1972. V. 28. P. 938.
12. Clauser J. F., Shimoni A. // Rep. Prog. Phys. 1978. V. 41. P. 1881.
13. Aspect A., Dalibar J., Roger G. // Phys. Rev. Lett. 1982. V. 49. P. 1804.
14. Bell D. J. // Physics. 1964. V. 1. P. 195.
15. Clauser J. F., Horne M. A., Shimoni A., Holt R. A. // Phys. Rev. Lett. 1969. V. 23. P. 880.
16. Glauber R. G. // Phys. Rev. 1963. V. 131. P. 2766; // Квантовая оптика и квантовая радиофизика. — М.: Мир, 1966. — С. 91.
17. Клышко Д. Н. // КЭ. 1977. Т. 4. С. 1056; 1980. Т. 7. С. 1932; ЖЭТФ. 1986. Т. 90. С. 1172.
18. Клышко Д. Н. Фотоны и нелинейная оптика. — М.: Наука, 1980.
19. Клышко Д. Н. // ЖЭТФ. 1982. Т. 83. С. 1313.
20. Клышко Д. Н., Пенин А. Н. // УФН. 1987. Т. 152. С. 653.
21. Mandel L. // JOSA. Ser. B. 1984. V. 1. P. 108.
22. Hong C. K., Friberg S. R., Mandel L. // Appl. Opt. 1985. V. 24. P. 3877.
23. Jakeman E., Rarity J. G. // Opt. Commun. 1986. V. 59. P. 219.
24. Зельдович Б. Я., Клышко Д. Н. // Письма ЖЭТФ. 1969. Т. 9. С. 69.
25. Mollow B. R. // Phys. Rev. Ser. A. 1973. V. 8. P. 2684.
26. Hong C. K., Mandel L. // Ibidem. 1985. V. A31, P. 2409.
27. Burnham D. C., Weinberg D. L. // Phys. Rev. Lett. 1970. V. 25. P. 84.
28. Малыгин А. А., Пенин А. Н., Сергиенко А. В. // Письма ЖЭТФ. 1981. Т. 33. С. 493; ДАН СССР. 1985. Т. 281. С. 308.
29. Hong C. K., Mandel L. // Phys. Rev. Lett. 1986. V. 56. P. 58.
30. Петникова В. М. // КЭ. 1979. Т. 6. С. 456.
31. Abram I., Raj R. K., Oudar J. L., Dolique G. // Phys. Rev. Lett. 1986. V. 57. P. 2516.
32. Zeldovich B. Ya. // ЖЭТФ. 1970. Т. 58. С. 1348.
33. Verthelot A. // Nuovo Cimento Ser. B. 1980. V. 57. P. 193.
34. Фок В. А. // УФН. 1956. Т. 59. С. 116.
35. Александров А. Д. // ДАН СССР. 1952. Т. 84. С. 253.
36. Ломсадзе Ю. М., Ломсадзе Ш. Ю. // Изв. вузов. Сер. «Физика», 1982. Т. 25. С. 13.
37. De Beauregard O. C. // Found. Phys. 1985. V. 15. P. 871.
38. Эйнштейн А. // УФН. 1956. Т. 59. С. 102.
39. Де Бройль Л. Соотношение неопределенностей Гейзенберга. — М.: Мир, 1986. — С. 178.
40. De Beauregard O. C. // Nuovo Cimento Ser. B. 1977. V. 42. P. 41.
41. Cramer J. G. // Phys. Rev. Ser. D. 1980. V. 22. P. 362.
42. Cramer J. G. // Rev. Mod. Phys. 1986. V. 58. P. 647.
43. D'Espagnat B. // Sci. American. November 1979. V. 241. P. 158.
44. Mermin N. D. // Phys. Today. April 1985. V. 38. P. 38.
45. Фок В. А. // УФН. 1936. Т. 16. С. 436.
46. Santrell C. D., Scully M. O. // Phys. Rep. 1978. V. 43. P. 499.
47. Bussey P. J. // Phys. Lett. Ser. A. 1982. V. 90. P. 9.
48. Stapp H. P. // Am. J. Phys. 1972. V. 40. P. 1098.
49. Ballentine L. E. // Rev. Mod. Phys. 1970. V. 42. P. 358.
50. Сугански J. F. // Found. Phys. 1985. V. 15. P. 833.
51. Фок В. А. // УФН. 1951. Т. 45. P. 3.
52. Alley C. O., Shih Y. H. // Proc. of 2nd Intern. Symposium on Foundations of Quantum Mechanics / M. Namuki et al. — Tokyo, 1987. — P. 36.
53. Kleinpoppen H. // Ibidem. — P. 59.
54. Hong C. K., Ou Z. Y., Mandel L. // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 59. P. 2044.
55. Ghosh R., Mandel L. // Ibidem. P. 1903.
56. Rarity J. G., Toppster P. R., Jakeman E. // Opt. Commun. 1987. V. 62. P. 201.
57. Ballentine L. E. // Am. J. Phys. 1987. V. 55. P. 785.