Семинар №4. Рассеяние света на когерентных фононах

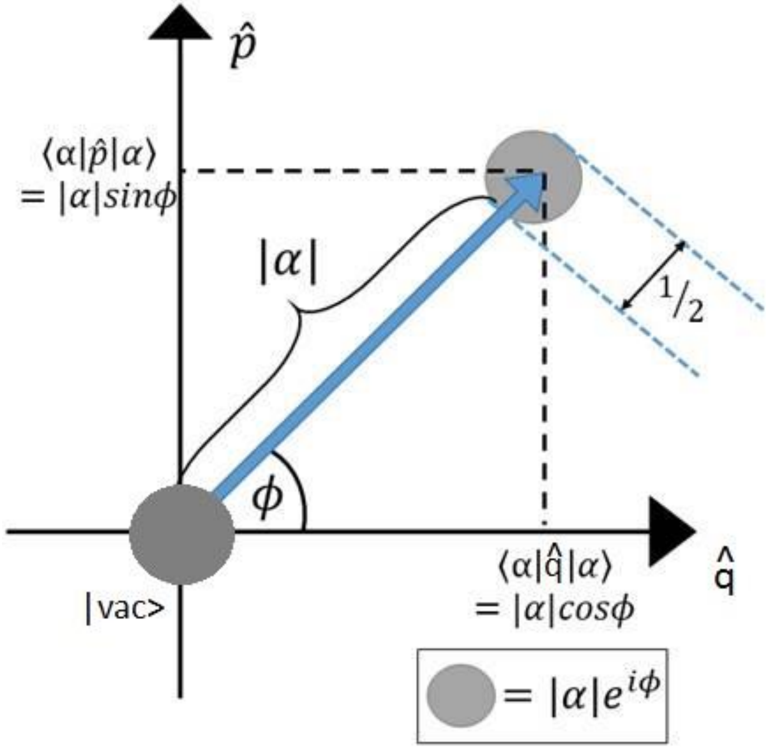
1. Когерентные фононы
2. Механизмы возбуждение когерентных фононов
3. Механизм смещения (DECP)
4. Ударный механизм (ISRS)
5. Фононные поляритоны
6. Рассеяние света на равновесных фононных поляритонах

$\hat{a}$ *оператор уничтожения фонона*

$\hat{a}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle$ *когерентное состояние*

$\hat{D} = \exp\left(\alpha\hat{a}^{+} - \alpha^{*}\hat{a}\right) -$ *оператор смещения*

$|\alpha\rangle = \hat{D}|0\rangle$

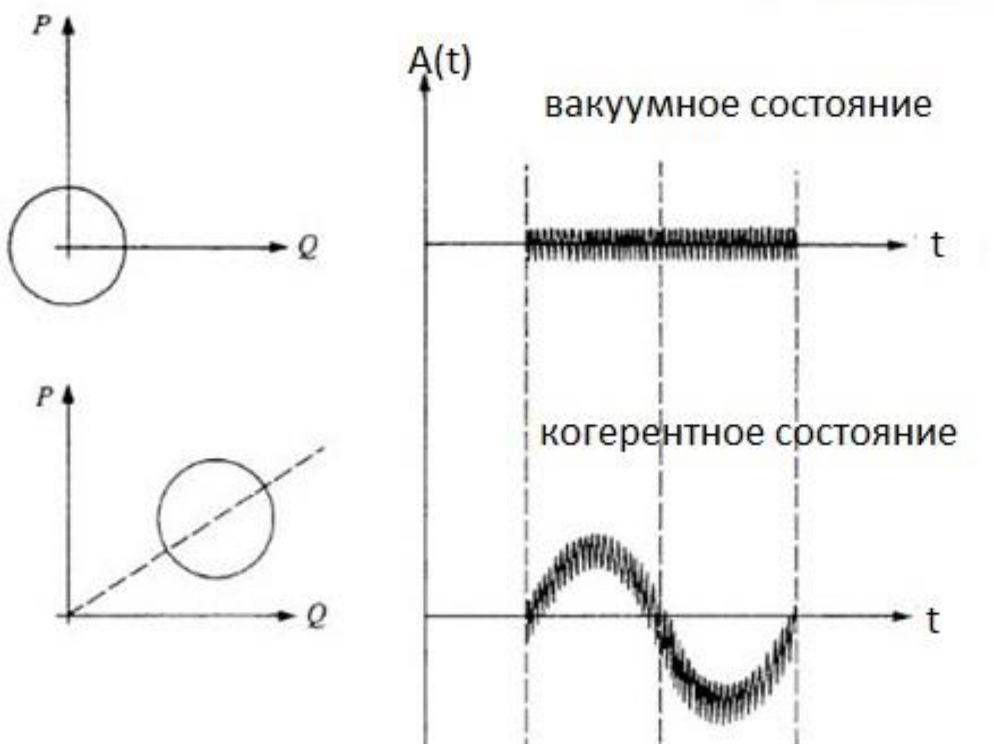


$$\hat{q} = \frac{\hat{a} + \hat{a}^{+}}{\sqrt{2}} \qquad \hat{X} = \sqrt{\frac{\Omega}{2\hbar}}\hat{q}, \ \ \hat{Y} = \sqrt{\frac{1}{2\hbar\Omega}}\hat{p}$$

$$\hat{p} = \frac{\hat{a} - \hat{a}^{+}}{\sqrt{2}i} \qquad \hat{A}(t) = \hat{X}\cos(\Omega t) + \hat{Y}\sin(\Omega t)$$

$$\langle N_{vac} \rangle = \langle 0 | \hat{N} | 0 \rangle = \langle 0 | \hat{a}^{+}\hat{a} | 0 \rangle = 0$$

$$\langle N_{coh} \rangle = \langle \alpha | \hat{N} | \alpha \rangle = \langle \alpha | \hat{a}^{+}\hat{a} | \alpha \rangle = |\alpha|^{2}$$



Механизмы возбуждение когерентных фононов

Механизм смещения,
Displasive Excitations of Coherent Phonons
(DECP)

Электронное состояние системы изменяется

Оптическая моно-накачка

Можно возбудить только
полно симметричные фононы

Поле обеспечивает только энергию
Для возбуждения и релаксации системы

Ударный механизм,
Impulsive Stimulated Raman Scattering
(ISRS)

Электронное состояние системы не
меняется
Бигармоническая оптическая накачка

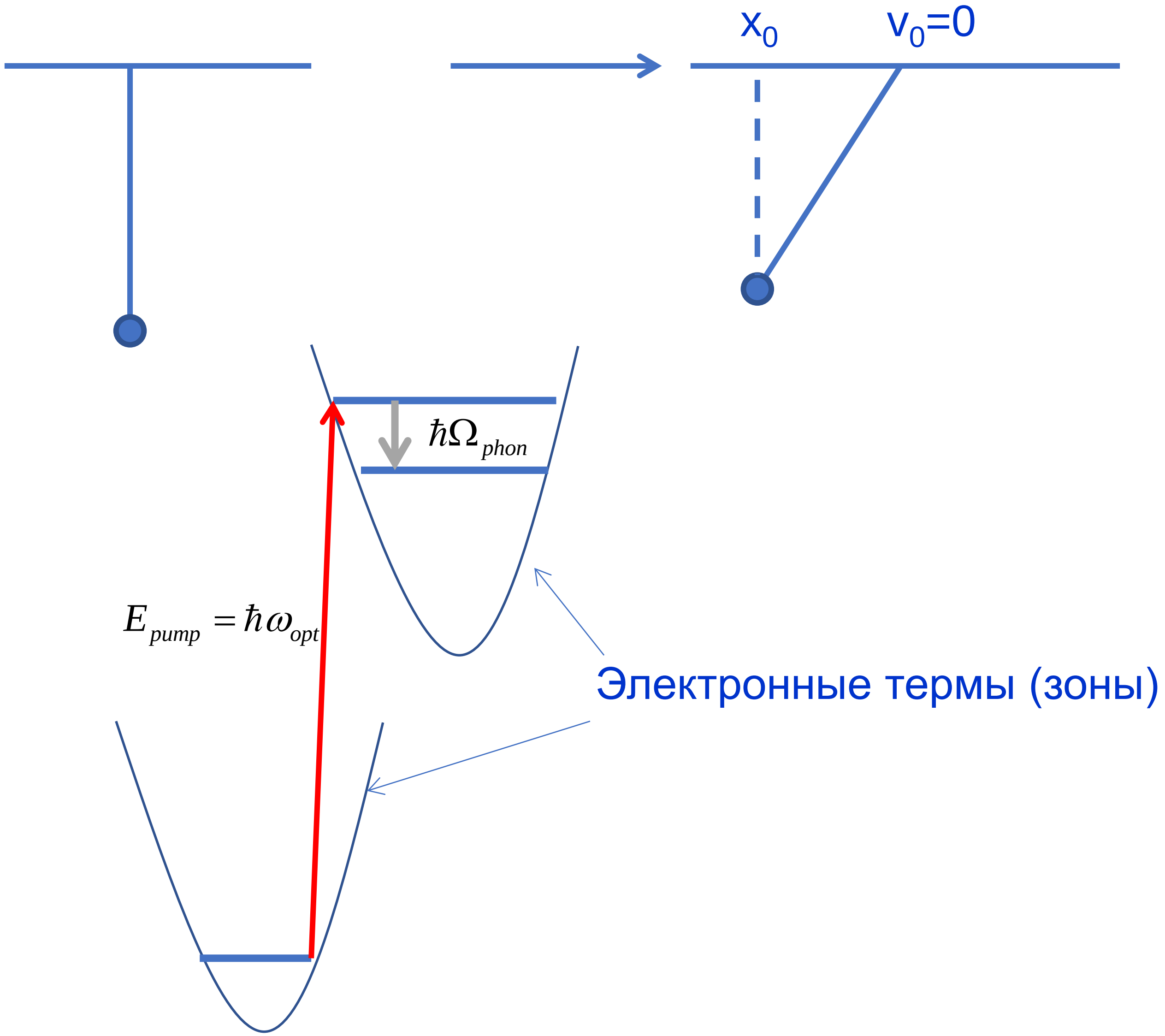
Возбуждение любых комбинационнно-
активных фононов

Фазовые характеристики и симметрия
возбуждения определяются
параметрами Фурье-компонент
излучения

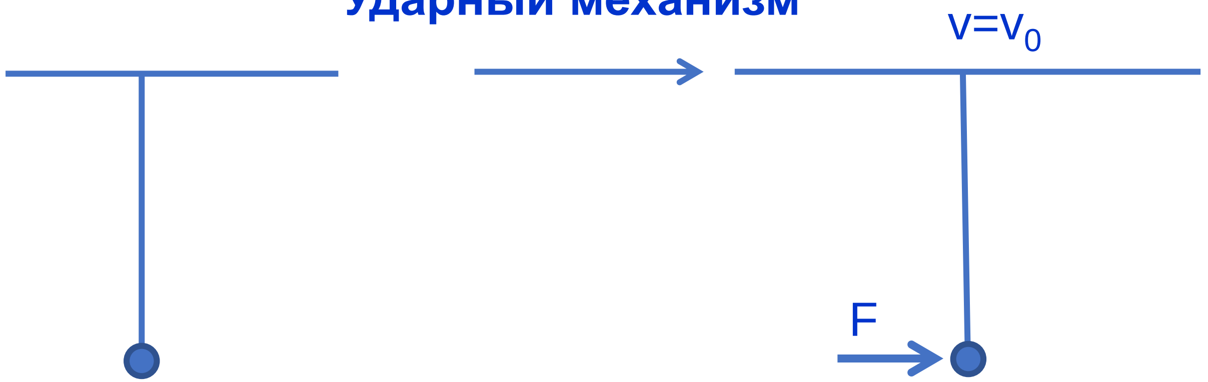
Обе модели феноменологические,
описывают перенос энергии между полем и решеткой.

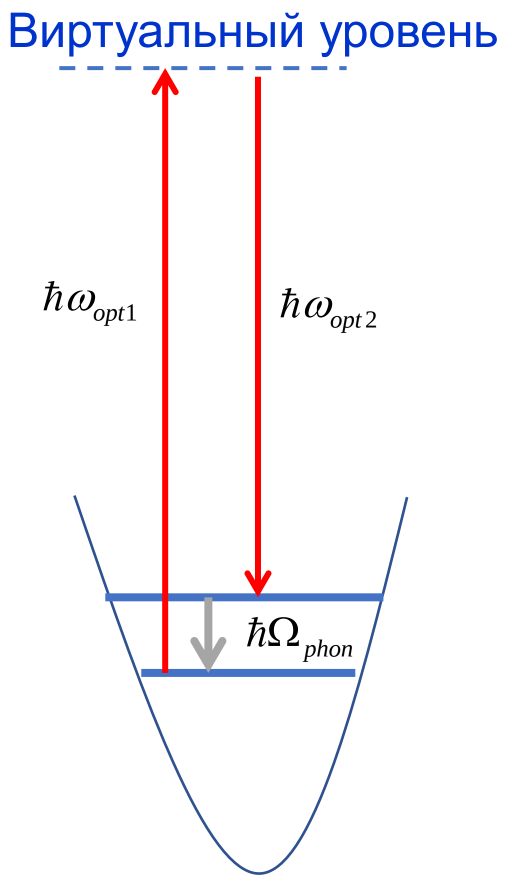
Механизм смещения

Аналогия – механический маятник

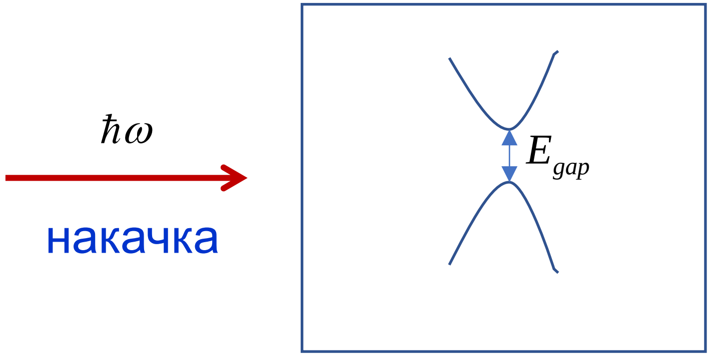


Ударный механизм





Теория DECP



$Q(t) = ?$

$\dfrac{\Delta R(t)}{R_0} = ?$

Какие фононы возбуждаются?
Как изменится отражение
при возбуждении фононов?

Обозначим N(t) концентрацию свободных носителей, P_{pump} и E_{pump} мощность и энергию импульсов накачки, Q_0 равновесное смещение атомов

$$\begin{cases} \dfrac{dN(t)}{dt} = \rho E_{pump} g(t) - \beta N(t) \\ Q_0(t) = kN(t) \\ \dfrac{d^2Q(t)}{dt^2} + 2\gamma \dfrac{dQ(t)}{dt} + \omega_0^2 (Q(t) - Q_0(t)) = 0 \end{cases}$$

$N,\ Q\ , Q_0$ *неизвестные*

$g(t)$ *задано*

$$N(t)=\int_0^\infty g(t-\tau)e^{-\beta\tau}d\tau$$

$$Q(t)=\int_0^\infty g(t-\tau)\left[e^{-\beta\tau}-e^{-\gamma\tau}\left(\cos\Omega\tau-\left(\frac{\beta-\gamma}{\Omega}\right)\sin\Omega\tau\right)\right]d\tau$$

$$\Omega\equiv\sqrt{\omega_0^2-\gamma^2}$$

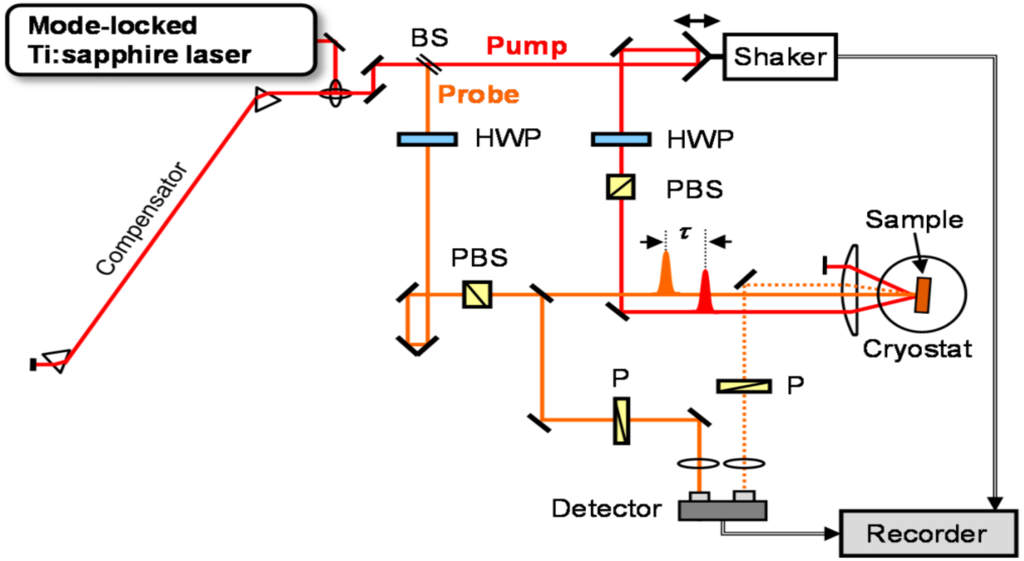
$$ищем\ \ \frac{\Delta R(t)}{R}=\frac{1}{R}\left[\frac{\partial R}{\partial N}N(t)+\frac{\partial R}{\partial Q}Q(t)\right]$$

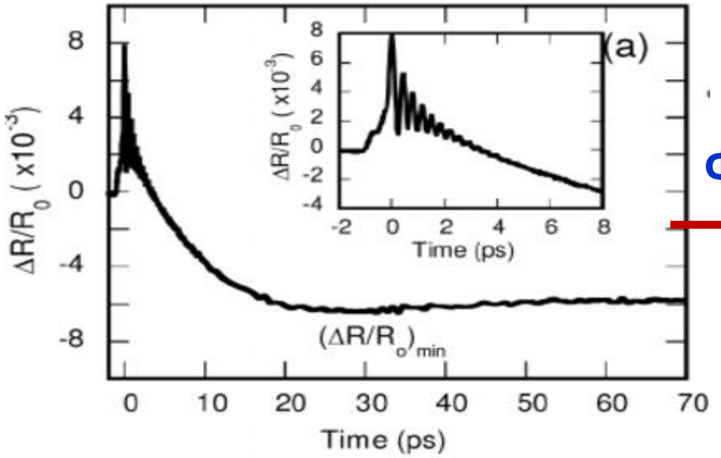
$$коэф-т\ \ отражения\ \ R=\frac{(n_1-1)^2+n_2^2}{(n_1+1)^2+n_2^2}$$

$$\varepsilon(\omega)=(n_1+in_2)^2$$

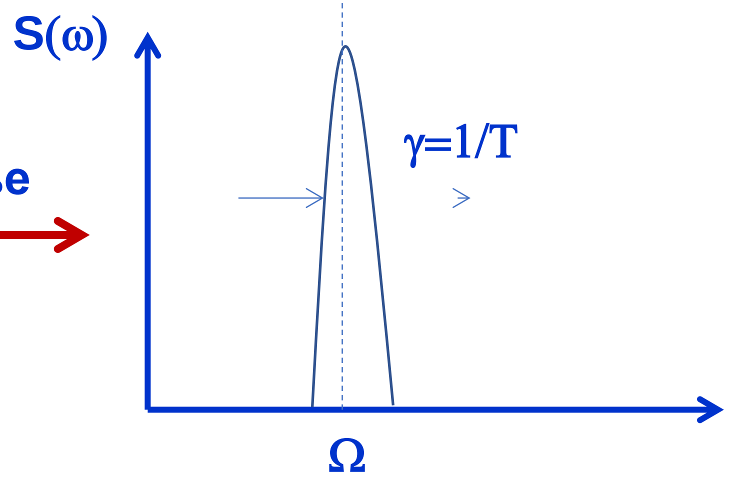
$$\frac{\Delta R(t)}{R}=Ae^{-\beta t}+B\frac{\omega_0^2}{\omega_0^2+\beta^2-2\gamma\beta}\left[e^{-\beta t}-e^{-\gamma t}\cos\Omega t-\left(\frac{\beta-\gamma}{\Omega}\right)\sin\Omega\tau\right]$$

Типовой эксперимент по возбуждению когерентных фононов за счет DECP





Фурье



Можно найти частоту и время жизни фононов!

Фононные поляритоны

Поляритон =фотон + полярный фонон

$$P = P_{ion} + P_{el}$$

$$P_{ion} = Nq^* u$$

$$P_{el} = N\alpha E_{loc}$$

$$D(\omega) = E + 4\pi P(\omega) = \varepsilon(\omega) E =>$$

$$\varepsilon(\omega) = 1 + 4\pi \frac{P(\omega)}{E}$$

$$P = -NeQ$$

$$M\frac{\partial^2 Q}{\partial t^2} + M\Gamma \frac{dQ}{dt} + M\omega_0^2 Q(t) = -e(E + \frac{4\pi P}{3})$$

$$Q = Q_0 e^{i\omega t}, \;\; E = E_0 e^{i\omega t}$$

$$-\omega^2 Q + i\omega\Gamma Q + (\omega_0^2 - \frac{4\pi N e^2}{3M})Q = -eE/M$$

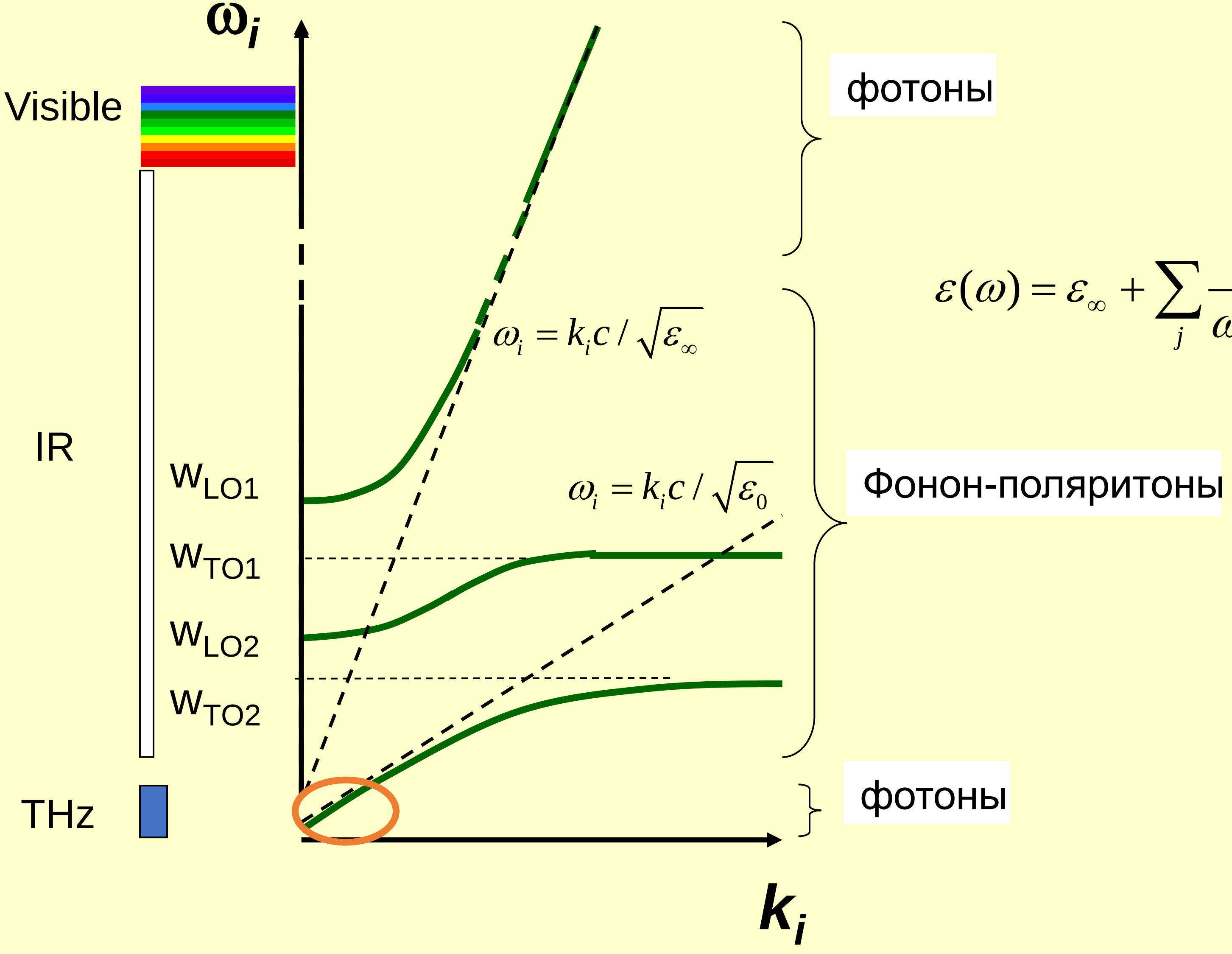
$$Q = -\frac{e}{M}\frac{E}{\omega_*^2 - \omega_0^2 + i\omega\Gamma}, \;\; \omega_* = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{4\pi N e^2}{3M}}$$

$$P => \varepsilon$$

$$\boxed{\varepsilon(\omega) = 1 + \frac{f\omega_*^2}{\omega^2 - \omega_*^2 + i\omega\Gamma}}$$

$$f = \frac{4\pi N e^2}{M\omega_*^2}$$

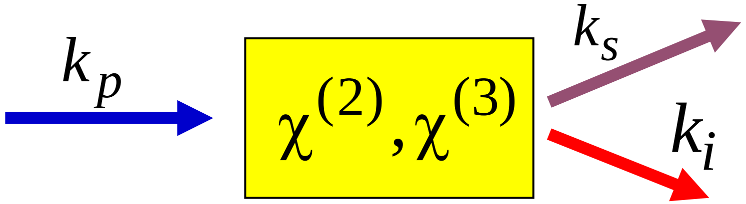
Фононные поляритоны



$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_\infty + \sum_j \frac{f_j \omega_j^2}{\omega^2 - \omega_j^2 + i\omega\Gamma_j}$$

Рассеяние света на равновесных фононных поляритонах

$$\hbar\omega_p = \hbar\omega_s + \hbar\omega_i$$
$$\hbar\vec{k}_p = \hbar\vec{k}_s + \hbar\vec{k}_i$$



$$P(\omega_s,k_s) = P_{\text{лок}}(\omega_s) + P_{\text{нелок}}(\omega_s,k_s)$$

$$\cancel{P_{\text{лок}}(\omega_s)} = \chi^{(3)}(\omega_s+\omega_p-\omega_p)E(\omega_p)E^*(\omega_p)E(\omega_s)$$
$$\hat{P}_{\text{нелок}}(\omega_s,k_s) = \chi^{(2)}(\omega_p-\omega_i)E(\omega_p)\hat{E}^+(\omega_i,k_i)$$

$\chi^{(2)}(\omega_s)$ - квадратичная восприимчивость

$\chi^{(3)}(\omega_s=\omega_p-\omega_p+\omega_s)$ - кубическая восприимчивость

Функция Грина уравнений Максвелла

$$\Delta E - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = -4\pi\frac{\partial^2 P}{\partial t^2}$$

$$\Delta G - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 G}{\partial t^2} = -4\pi\delta(t-t')$$

$$=> E(k,\omega_P) = G(k,\omega_P)P(k,\omega_P)$$

$$\boxed{G(k,\omega_i) = \frac{\omega_i^2}{c^2}\cdot\frac{4\pi}{k^2 - K_{pol}^2(\omega_i)}}$$

$K_{pol}(\omega_i) = \mathrm{k}_{pol} + \frac{i\alpha_{pol}}{2}$ - волновой вектор поляритонной волны

$n_{pol} \approx \sqrt{\mathrm{Re}(\varepsilon(\omega_i))}$ - показатель преломления и α_p коэффициент поглощения на поляритонной частоте ω_i.

Интенсивность сигнальной волны

$$\frac{dW}{d\omega dS}=\frac{cn}{2\pi}\left\langle \hat{E}^{+}(\omega_s,R)\hat{E}(\omega_s{}',R)\right\rangle$$

Сигнальное поле в дальней зоне

$$\hat{E}(\omega_s,R)=\frac{\omega^2}{c^2R}e^{ik_sR}\int_V dr e^{-ik_sr}\hat{P}(\omega_s,R)$$

подставляем в коррелятор, делаем Фурье

$$P_r=\int_{-\infty}^{\infty}e^{ikr}P_k dk \quad =>$$

$$\frac{dW}{d\omega dS}=\frac{cn}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}dk_s{}'\left\langle \hat{P}^{+}_{k_s}\hat{P}_{k_s'}\right\rangle\left|\int_V dr e^{i(k_s-k_{s'})r}\right|^2=\frac{cn}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}dk_s{}'\left\langle \hat{P}^{+}_{k_s}\hat{P}_{k_s'}\right\rangle\delta(k_s-k_{s'})=\frac{cn}{2\pi}\left\langle \hat{P}^{+}_{k_s}\hat{P}_{k_s}\right\rangle$$

$$\hat{P}_{k_s} = \chi^{(2)}(\omega_s = \omega_p - \omega_i) E_p(\omega_p) \hat{E}_i^+(\omega_i)$$

$$\frac{dW}{d\omega dS} = \frac{cn}{2\pi} \left|\chi^{(2)}(\omega_s)\right|^2 E_p^2 \left\langle \hat{E}_i(\omega_i) \hat{E}_i^+(\omega_i) \right\rangle$$

$$\left\langle \hat{E}_i(\omega_i) \hat{E}_i^+(\omega_i) \right\rangle = ???$$

Теорема ФДТ
(флуктуационно-диссипационная теорема)

Рассмотрим случайный процесс x(t). Спектральная плотность реализаций такого процесса пропорциональна мнимой части обобщенной восприимчивости (“потерям”).

$$x(t) \; -> S_x(\omega) = \left|x(\omega)\right|^2 \propto \alpha''(\omega)$$

$$\alpha''(\omega) - \text{мнимая часть обобщенной восприимчивости}$$

$$\left\langle \hat{E}_i^+(\omega_i) \hat{E}_i(\omega_i) \right\rangle \propto N \left|G''(\omega_i, k_i)\right|^2$$

$$\left\langle \hat{E}_i(\omega_i) \hat{E}_i^+(\omega_i) \right\rangle \propto (N+1) \left|G''(\omega_i, k_i)\right|^2$$

$$\frac{dW}{d\omega dS} = \left|\chi^{(2)}(\omega_s)\right|^2 I_p (N+1)\left|G''(\omega_i, k_i)\right|^2$$

$$G''(\omega_i, k_i) = \frac{\alpha(\omega_i)/2}{\left(k_i - k'_{pol}\right)^2 + \left(\alpha(\omega_i)/2\right)^2}$$

$$k_i = k_p - k_s$$

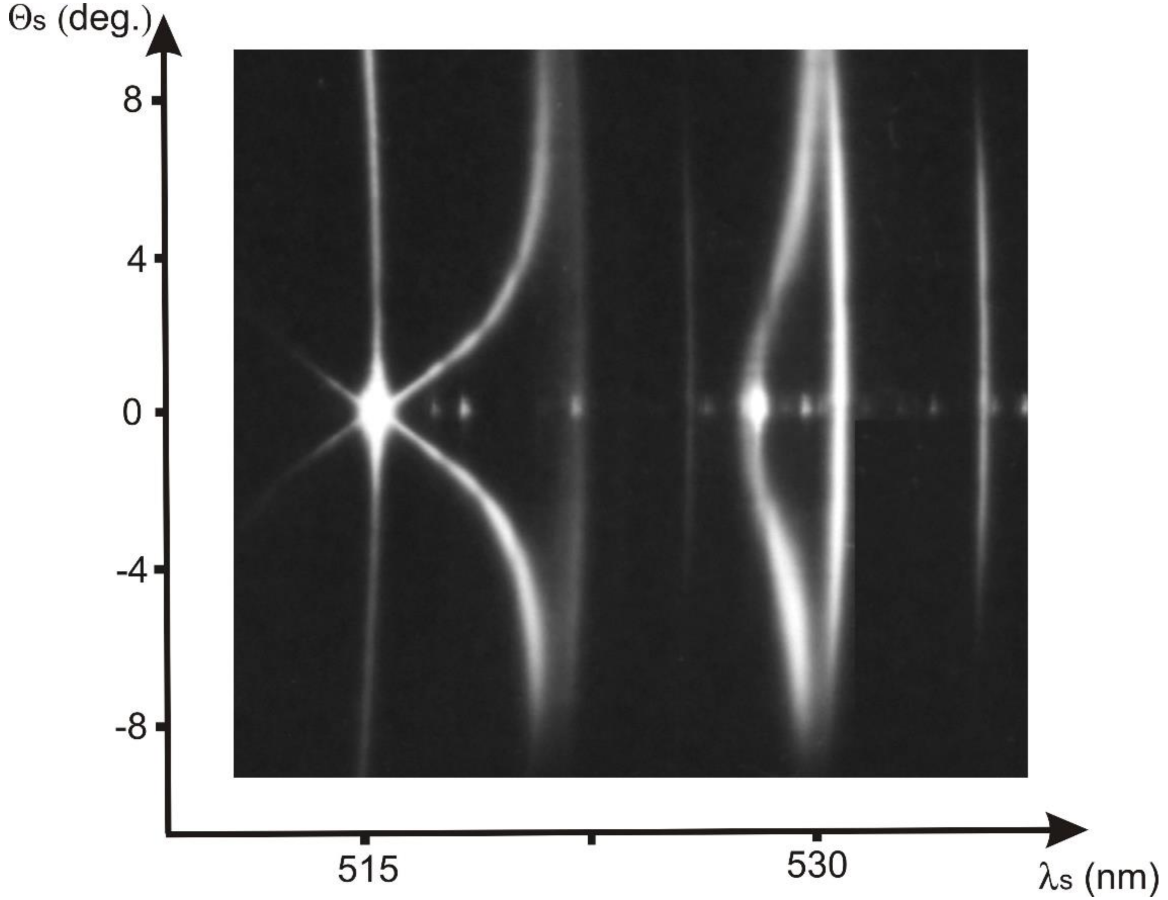
Частотно-угловой спектр рассеяния света на поляритонах

$$\boxed{\frac{dW}{d\omega dS} = \frac{\left|\chi^{(2)}(\omega_s)\right|^2 (N+1) I_p}{\Delta k^2 + \left(\alpha(\omega_i)/2\right)^2}}$$

$$\Delta k \equiv k_p - k_s - k'_{pol}$$

$$\alpha(\omega_i) = \frac{\omega\varepsilon''(\omega_i)}{c\sqrt{\varepsilon'(\omega_i)}}$$

Частотно-угловой спектр рассеяния света на поляритонах



Спасибо за внимание!